Эм. Александрова

В. Лёвшин

В ЛАБИРИНТЕ ЧИСЕЛ

Издательство "Детская литература"

SHOUT
SHARE
IT

Annotation

Заблудиться в лабиринте чисел очень просто. Но если вашим проводником согласится стать сама многоуважаемая Арифметика, путешествие удастся на славу. Каждая остановка, а их будет тридцать две (по числу букв алфавита) подарит вам незабываемые впечатления, а задачи, которые Арифметика иногда будет подкидывать своим спутникам, внесут ещё большее разнообразие в этот и без того прихотливый маршрут. Замечательная книга о приключениях мальчика Чита в Лабиринте Чисел и о его проводнице — Арифметике. В увлекательной форме знакомит детей со многими математическими и логическими понятиями.

- Эмилия Борисовна Александрова
  - ○
  - ○

Эмилия Борисовна Александрова
Владимир Артурович Лёвшин

В лабиринте чисел

Путешествие от А до Я со всеми остановками

Эм. Александрова
В. Лёвшин

В ЛАБИРИНТЕ ЧИСЕЛ

Путешествие от А до Я со всеми остановками

Рисунки В. Сергеева

МОСКВА
„Детская литература"
1977

Жил-был человек по имени Чит. Было ему лет восемь. А может, девять. А может… В общем, от семи до одиннадцати. Раз пошёл Чит гулять. Шёл-шёл и увидал незнакомый переулок. А в переулке — незнакомый дом. А в доме — незнакомая дверь. А на двери — стеклянная табличка: «ЛАБИРИНТ ЧИСЕЛ. Открыт круглый год без перерыва на обед. Вход бесплатный».

«Любопытно! — подумал Чит (как все люди от семи до одиннадцати, он был очень любопытен). — Во-первых, лабиринт. Во-вторых, чисел. В-третьих, вход бесплатный. По-моему, это как раз для меня».

Тут он уже больше ничего не подумал, а просто толкнул дверь и увидал обыкновенную комнату. В комнате стоял обыкновенный письменный стол. За столом сидела женщина — вроде бы тоже обыкновенная. Было ей лет двадцать. А может, пятьдесят. А может… Впрочем, люди от семи до одиннадцати возраст других людей определять ещё не умеют. Тем более женщин.

— Привет! — сказал Чит вежливо (а он был вежлив всегда, когда это ему удавалось). — Я Чит.

— Привет! — ответила женщина, разглядывая его молодыми весёлыми глазами. — Хотя, обращаясь к даме, лучше бы всё же сказать «здравствуйте». В особенности если даме много тысяч лет от роду…

— Много т-т-тысяч? — изумился он. — Но… но тогда вам давно пора на пенсию! Моя бабушка куда моложе, а она уже…

— Что можно Юпитеру, нельзя быку, — усмехнулась женщина — Так, кажется, говаривали древние?

— При чём тут бык? — возмутился Чит. — Во-первых, моя бабушка никакого отношения к быкам не имеет. А во-вторых…

— А во-вторых, не будем горячиться попусту, — миролюбиво остановила его женщина. — Бабушка к быкам действительно

отношения не имеет. Зато некоторое отношение к быку имеет учреждение, в котором мы находимся. Когда-то, давным-давно на острове Крит жил царь Мино́с. Так утверждает древнегреческий миф, то бишь сказка, а сказки не всегда лгут! Так вот, призвал однажды Минос знаменитого зодчего Деда́ла и приказал ему построить лабиринт — иначе говоря, здание, куда очень просто войти, но откуда очень не просто выйти. Ясно?

— Ясно, — кивнул Чит и украдкой покосился на дверь. — Но где же всё-таки бык?

— Странный вопрос! — фыркнула женщина. — Бык там, где его поселил Минос: в лабиринте. Хотя бык он только наполовину, а наполовину человек. Гибрид, одним словом. На редкость прожорливое и свирепое чудовище Минота́вр, истреблявшее всех, кого загонял в свою страшную ловушку жестокий властитель Крита. К счастью, нашёлся-таки смельчак, который одолел Минотавра. Звали его Тезе́й. Но из лабиринта он выбрался только благодаря дочери Миноса Ариа́дне. Прекрасная и не менее изобретательная Ариадна дала герою огромный клубок шерсти. Тезей привязал кончик нити к колышку у входа и смело двинулся в глубь лабиринта. Пока он шёл, клубок всё время разматывался. Когда же с Минотавром было покончено, нить Ариадны вывела Тезея наружу. Интересная история, не правда ли?

Чит уныло подтвердил, что очень интересная, но… где он возьмёт такой большой клубок? Женщина, однако, сказала, что это уж её забота. И тут Чита осенило!

— Вы Ариадна! — закричал он. — Та самая прекрасная Ариадна, которая помогла Тезею выйти из лабиринта!

Женщина слегка покраснела и не без удовольствия погляделась в карманное зеркальце, но ответила всё же, что прав он, к сожалению, только на три седьмых.

— Как так? — не понял Чит.

— Очень просто. В имени «Ариадна» семь букв. Из них в моё имя входят только три, стоящие рядом: АРИ. Стало быть, Ариадна я всего на три седьмых. Зато Арифметика на все десять десятых. Иначе говоря, целиком и полностью!

Последние слова она выпалила так победоносно, будто не сомневалась, что Чит немедленно лопнет от радости. Но он только озадаченно хлопал ресницами.

— Что же вы молчите? — возмутилась женщина. — Или вы не слышали? Я А-риф-ме-ти-ка! Та самая, что изучают в школе. Ну предмет, предмет такой…

— Но у нас нет такого предмета, — тоже вышел из себя Чит. — Мы русский язык и математику проходим.

— Вот как, — язвительно усмехнулась Арифметика, — у них

нет такого предмета! А примеры на вычитание и деление? А упражнения по сложению и умножению столбиком? А задачка про рыбака, который поймал 12 окуней, а лещей на 6 больше и треть улова отдал товарищу? Это что? Разве не арифметика? Да совсем ещё недавно школьники трепетали, заслышав моё имя… И вот оно забыто! А всё почему? Да потому только, что я добровольно впустила в младшие классы школ моих сестёр, Геометрию и Алгебру, и теперь всех нас вместе величают Математикой! Нет, это что же такое происходит?! Я делаю благородный жест, я поступаюсь собственным именем во имя пе-да-го-ги-ческого прогресса, а обо мне, видите ли, больше знать не хотят! Будто не я — первооснова всякого счётного дела, будто не я — одна из самых древних наук мира! Словно и не Арифметику, а кого-то другого называют царицей Математики…

Выслушав эту гневную речь, Чит совсем растерялся: он был просто подавлен собственным невежеством. К тому же ему ещё не доводилось беседовать с коронованными особами.

— Извините, ваше величество, — залепетал он. — Боюсь, я был не слишком вежлив с вами… Но, честное слово, я не нарочно…

— Так и быть, — смилостивилась Арифметика. — На первый раз я вас прощаю. Но с одним условием: зовите меня просто Ари. И вообще будем на «ты». Не возражаете?

Тут она подмигнула и засмеялась, да так весело, что Чит тоже засмеялся и протянул ей руку со следами чернил на пальцах. Ари крепко сжала её в своей и неожиданно повернула нового друга лицом к стене.

— Слушай меня внимательно, Чит! Сейчас мы отправимся с тобой в путешествие от А до Я по необъятному лабиринту чисел. Но не думай, что тебе удастся посетить все его переходы, закоулки и тупики. ОН для этого чересчур велик, ТЫ — чересчур мал, а Я — чересчур опытный проводник и хорошо помню старую, добрую истину: никто не обнимет необъятного! Нет изречения более верного, когда дело касается чисел, и скоро ты сможешь оценить его по достоинству. Вот почему на сей раз из множества всевозможных маршрутов по лабиринту я выбираю для тебя наиболее простой и короткий. У меня нет охоты забивать голову ребёнку вещами, которые он не в состоянии понять…

— Большое спасибо! — нетерпеливо поблагодарил Чит. — Но когда мы уже пойдём?

— Ах да! — спохватилась она. — Я и впрямь заболталась. Вперёд!

В то же мгновение стена, перед которой они стояли, расступилась, неведомая сила втянула их в чёрную щель, и оба

они — Чит и Ари — оказались в полной темноте.

Арифметика

— Вот мы и прибыли! — сказала Ари весело. — Первая остановка первого маршрута — Арифметика.

— Но я ничего не вижу! — сердито пожаловался Чит.

— Вполне понятно. Ведь мы с тобой находимся во тьме веков! Но ничего, сейчас я её немного разгоню.

Над головами у них вспыхнуло огромное «А», кругом посветлело, и Чит с интересом огляделся. Сначала он увидел полусгнившую колоду с кривыми, грубыми зарубками, потом — сложенные кучками бобы, камешки, какие-то косточки, завязанные узлами верёвки… Чит осторожно потрогал их и разочарованно отвернулся.

— Что, не нравится? — поддразнила его Ари. — А между прочим, всё это мои портреты.

Чит так и прыснул:

— Ну и портретики! Точка, точка, запятая, минус рожица кривая…

— Весьма остроумно, — сухо заметила Ари. — И всё же именно так выглядела я в раннем детстве, когда совсем не стояла на ножках. В те незапамятные времена цифр ещё не было, и люди «записывали» числа как придётся: делали отметины на камне, на дереве; завязывали узелки, складывали кучками однородные предметы. Конечно, на таких, с позволения сказать, записях далеко не уедешь. Но первобытных людей это не тревожило: ведь они имели дело с очень небольшими числами. Как говорится, раз, два — и обчёлся.

— Ну и что ж! — неожиданно заступился Чит. — Считали они, может, и плоховато, зато имена придумывали красивые. Ведь это они назвали тебя Арифметикой!

— Э, нет, — возразила Ари. — Думаешь, наука, совсем как человек, получает имя сразу после рождения? Ничуть не бывало. Я, по крайней мере, обзавелась моим теперешним именем в довольно зрелом возрасте. Ведь Арифметика — это от древнегреческого слова «аритмóс» или «арифмóс», что значит «число». А в Древней Греции наука о числах и вычислениях была уже в полном расцвете. Недаром древнегреческая культура — одна из самых крупных в истории древнего мира!

— Выходит, арифметика — наука о числах и вычислениях, — сообразил Чит.

Ари нашла, что вывод отличный, но из сказанного можно бы понять ещё и другое. Арифметика, так же, впрочем, как и любая другая наука, тесно связана с историей человеческого общества. И чем больше это общество развито, чем выше его культура, тем выше и уровень науки. Наука всегда шагает в ногу с жизнью! Вот почему глубоко не правы те, кто считают арифметику предметом отвлечённым…

— Ясное дело, не правы! — горячо поддакнул Чит. — Вот хоть задачки, которые мы решаем в классе, — что в них отвлечённого? Одна про дом в 12 этажей, другая — про лещей и окуней, третья — о встречных поездах…

— Спасибо за поддержку, — улыбнулась Ари. — Но ты говоришь об арифметике элементарной, простейшей, в то время как есть ещё и высшая. А она и вправду занимается вопросами, на первый взгляд далёкими от повседневной жизни. И всё же это ещё

не повод называть её отвлечённой. Было ведь время, когда математику относили не только к точным, но и к естественным наукам. Да вот, недалеко ходить: в XVII веке величайший математик и физик Исаáк Ньютóн называл математику частью естествознания. И разве он не прав? Разве я и сестра моя Геометрия не стали главным подспорьем астрономии? А уж астрономию в отвлечённости не упрекнёшь!

— Как сказать… — задумчиво протянул Чит. — Астрономия — она звёздами занимается. А звёзды так далеко…

— Ну и что же? Отдалённость и отвлечённость — понятия разные. Что звёзды, что планеты — в том числе и наша Земля — всё это природа, всё тела естественные. И, стало быть, астрономия — наука главным образом естественная. А в том, что она одновременно и точная, это уж моя заслуга. — Ари перевела дух и продолжала: — Между прочим, знаешь ли ты, что самые древние на земле числа появились как раз потому, что людям понадобилось сосчитать созданное природой: плоды, деревья, домашних животных, звериные шкуры… Не спроста числа эти называют натуральными, то есть природными.

— Натуральные числа… Да ведь я о них знаю! — обрадовался Чит. — Это 1, 2, 3, 4, 5, 6 и так далее, без конца…

— Именно, без конца! — подхватила Ари. — В натуральном ряду чисел каждое последующее число больше предыдущего на единицу. А какое огромное число ни возьми, его всегда можно сделать на единицу больше, так ведь? Вот и получается, что натуральный ряд бесконечен.

— Любопытно! Начало есть…

— А конца нет! Но о бесконечности поговорим на следующей остановке —

Бесконечность

И сразу в лицо им ударил свет, да такой ослепительный, что Чит ахнул и зажмурился. А когда открыл глаза, ахнул снова — от изумления.

То, что он увидел, очень напоминало муравейник. Но, не в пример обычному, это был муравейник огромный, прямо-таки гигантский, сделанный к тому же из очень чистого, очень прозрачного стекла, так что всё его сложное, запутанное нутро просматривалось насквозь. Да, муравейник просматривался насквозь, и всё-таки нельзя было сказать, что видишь его

целиком: он был для этого слишком необъятен. Разбегались во все стороны несметные вереницы стеклянных комнат, растворялись где-то в белёсой дали нескончаемые ручейки-коридоры. Но откуда они текут? Где иссякают? Разобраться в этом не было никакой возможности.

— Так вот как выглядит бесконечность! — зачарованно выдохнул Чит.

— Да, похоже, — согласилась Ари. — Ни конца, ни начала. Правда, то, что ты видишь, — это всего-навсего общий вид лабиринта чисел. И всё-таки наиболее наглядное представление о бесконечности ты получишь именно здесь. Ведь числам тоже нет конца!

— Зато у них есть начало, — неожиданно возразил Чит. — А ты сама только что сказала, что у бесконечности его нет.

— Поймал меня на слове? Молодец. В натуральном ряду чисел начало и впрямь имеется: единица.

— Ты говоришь так, будто есть ещё какие-то другие ряды, ненатуральные, — съязвил он.

Но Ари спокойно подтвердила, что другие ряды, безусловно, найдутся. В том числе и такие, где нет не только конца, но и начала.

— Хотел бы я на них посмотреть! — недоверчиво усмехнулся Чит.

— Нет ничего проще. Возьмём единицу и умножим её на два. Получим 2. Двойку снова умножим на два…

— Получим 4.

— Четыре, в свою очередь, удвоим опять. И так будем удваивать каждое вновь полученное число. Вот тебе и другой, не натуральный, но тоже бесконечный ряд чисел, где каждое последующее число вдвое больше предыдущего: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64…

— Хорошо, — согласился Чит, — пусть ряд не натуральный. Но ведь начало у него всё равно есть: единица.

— Пока что начало есть, но сейчас оно исчезнет, — весело пообещала Ари. — Итак, мы получили бесконечно возрастающий ряд чисел, где каждое последующее число вдвое больше предыдущего. Теперь подумай: можем мы перевернуть это определение и сказать, что каждое предыдущее число этого ряда вдвое меньше последующего?

— Ну, можем, — милостиво разрешил Чит. — Что в лоб, что по лбу.

— Вот и пройдёмся по этому ряду в обратном направлении. Начнём, скажем, с четырёх. Четыре вдвое меньше восьми, двойка вдвое меньше четырёх, единица вдвое меньше двух…

— Стоп! — крикнул Чит. — Дальше единицы ехать некуда.

— С чего ты взял? Разве нельзя и единицу разделить на два? А половину её опять на два? А новую половину снова на два… И так опять-таки до бесконечности. Вот мы и получили числовой ряд без конца и без начала. Ведь как нет такого БОЛЬШОГО числа, которое нельзя увеличить вдвое, так нет и такого МАЛОГО, которое нельзя вдвое уменьшить.

— Твоя взяла! — сдался Чит. — Этот ряд и впрямь без конца и без начала. Но уж середина у него есть наверняка: единица.

— Почему ты решил?

— Потому что по обе стороны единицы расположено одинаково бесконечное количество чисел.

— Допустим. Но разве нельзя сказать, что одинаково бесконечное количество чисел расположено по обе стороны двойки? Или восьмёрки?

— Постой, Ари, — вышел из себя Чит, — что ты говоришь? По-твоему, получается, что середина у этого бесконечного ряда везде?

— Вот именно везде. Или нигде. Как тебе заблагорассудится. То, что не имеет ни конца, ни начала, вполне может не иметь и середины.

Ари взглянула на Чита и невольно улыбнулась: он был такой сердитый, такой взъерошенный…

— Что, брат, сложно? Ничего не поделаешь — бесконечность! Когда-нибудь познакомишься с ней получше и поймёшь, что в бесконечности свои законы, свои правила вычислений. Но всё это будет когда-нибудь. А пока нам с тобой пора на следующую остановку —

Всевозможные нумерации

— Всевозможные нумерррации! Всевозможные нумерррации! — картаво и раскатисто повторил кто-то, и Чит оказался нос к носу с большим почтенным попугаем.

Попугай перебирал лапками, вращая надетый на ось барабан, из которого время от времени выскакивали разноцветные бумажки, и выкрикивал заученные слова:

— Всевозможные нумерррации! Миррровой аттрррракцион! Безденежно-цифровая и числовая лотерея! Приобретайте билетики! Всевозможные нумерррации! Миррровой аттрррракцион…

— Сколько можно повторять одно и то же! — не выдержал Чит. — Неужели эта глупая птица не знает ничего другого?

— Ничего дррругого?! — переспросил попугай и хрипло расхохотался, — Какое неспрррраведливое подозрение! Мудрый Ара — старейший коллекционеррр мира. У мудрого Ары обширррнейший репертуаррр! В этом барррабане собраны все нумерррации, какими когда-либо пользовались на земном шаре…

Чит хотел спросить, что такое нумерация, но с ужасом обнаружил, что Ари исчезла, а вместе с ней и стеклянный муравейник.

— Ари! — отчаянно завопил он. — Ари, где ты?

— Не кричите понапрррасну, мой юный дрррруг, — остановил его попугай. — Ари скоро вернётся. Да и на что вам Ари, когда к вашим услугам Ара? Старый мудрый Ара охотно ответит на ваши вопрррросы. Кажется, вы собирались выяснить, что такое нумерррация? Прррошу! Нумерация, или, как говорят иначе,

система счисления, — это способ записывать числа. И, смею вас уверить, за долгую историю человечества таких способов поднабралось порядочно.

— Не так уж, наверное, много, если все они умещаются в одном барабанчике, — усомнился Чит.

— Но вполне достаточно, чтобы вас ошарррашить, — с достоинством возразил Ара. — С какого способа ррразрешите начать?

Чит пожелал начать с самого удобного, и попугай сказал, что у него губа не дуррра. Но самая удобная нумерация — современная, а с ней Чит наверняка уже знаком. Поэтому старый мудрый Ара рискнёт предложить ему что-нибудь постарррше. Он покрутил свой барабанчик, оттуда повыскакивало несколько бумажек. На первой бумажке была нарисована колода с зарубками, камешки, кучки бобов и завязанные узлами верёвки.

— Это я уже видел, — сказал Чит пренебрежительно.

— Ничего, взгляните ещё разок. Так вам легче будет оценить замечательное открытие, сделанное около пяти тысяч лет назад в нескольких странах одновременно. Удивляетесь? Напрррасно. Древний Вавилон, Древний Египет, Древний Китай — всё это, по тем временам, государства высокой экономики, техники и культуры. Стало быть, там уже имели дело с большими числами, которых зарубками и камешками не запишешь. Ведь что такое зарубка? Попросту единица. А попробуйте-ка записать единицами тысячу или, того хуже, десять тысяч! И вот люди надумали группировать числа по разрядам…

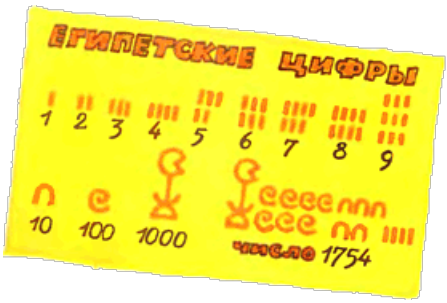
— Вот так новость! — довольно невежливо перебил Чит. — У нас числа тоже делятся на разряды: единицы, десятки, сотни, тысячи… В числе 156, например, 1 сотня, 5 десятков и 6 единиц.

— Прекрррасно усвоено! — умилился Ара. — Многие древние народы действительно считали так же, как и мы: десятками. То есть каждый следующий разряд был у них больше предыдущего в 10 раз. Десятками считали египтяне. Десятками считали китайцы. Но кое-где пользовались и другими системами счисления. Шестидесятеричной, например. В такой системе каждый последующий разряд больше предыдущего в 60 раз. Те же китайцы в более отдалённые времена считали пятками. А индейцы племени майя — народ своеобрразнейшей культуры! — считали двадцатками. И каждый последующий разряд был у них больше предыдущего в 20 раз.

— Да, это вам не зарубки! — уважительно сказал Чит.

— Что и говорить, прррогресс громадный, — отозвался Ара. — И всё-таки запись больших чисел в древних нумерациях была не слишком-то удобной. Взгляните на билетик с египетской

нумерацией. Записанное там число 1754 состоит из семнадцати знаков, а нам с вами достаточно четырёх. А уж как замысловато выглядели числа в Древнем Китае! Насколько я помню, у вас там изображено число 1492, но иному школьнику понадобится столько же дней, чтобы научиться такой записи. Не лучше обстояло дело и у древних римлян, хотя, на первый взгляд, их нумерация весьма экономна. Они обходились всего семью цифрами… Да, давно собираюсь спросить, хорошо ли вы знаете, что такое цифры?



— Странный вопрос, — растерялся Чит. — Цифры — это цифры…

— Великолепно! — неожиданно восхитился Ара. — Цифры — это цифры, а числа — это числа. К сожалению, некоторые люди постоянно путают эти понятия. Вечно от них слышишь: большие цифры, астрономические цифры… Они никак не желают понять, что цифры — всего лишь значки для записи чисел, так же как буквы — значки для записи слов. Между прочим, буквы — то есть письменность — появились прежде, чем цифры. Неудивительно, что люди, придумывая цифры, исходили из привычной для них формы письма. В Древнем Египте и Древнем Китае писали иероглифами — значками вроде картинок. Каждая такая картинка означала не букву, а целое понятие. И очень может быть, что именно поэтому специальные значки там были только для обозначения числовых разрядов: единиц, десятков, сотен, тысяч и так далее. У римлян иероглифов не было — они уже пользовались алфавитной, буквенной письменностью. И цифрами там служили заглавные буквы латинского алфавита — приём весьма распространённый в древности; с ним вы встретитесь в нумерациях многих восточных народов. И всё-таки римская запись больших чисел не многим лучше египетской. Число 338 631 — взгляните на билетик! — изображается там с помощью семнадцати знаков, считая маленькое латинское m — первая буква слова «mille» — «тысяча», которая ставилась после числа тысяч.

Чит хихикнул. Такое читать — глаза сломаешь!

— Не нрравится? Мне тоже! — вздохнул Ара. — Грромоздко. Неповорротливо. Трррудно для расчётов.

— Да уж! — согласился Чит, пытаясь разобраться, как римляне умножали столбиком 123 на 165. — Не завидую я древнеримским бухгалтерам. Не сладко им приходилось.

— Так же как счетоводам Древней Греции или Руси, — ввернул Ара. — Но, несмотря ни на что, они всё-таки считали! И прекрррасно считали. В XII веке новгородский монах Кирик написал сочинение о счёте, из которого видно, что славяне того времени отлично владели четырьмя действиями арифметики и свободно обращались не только с очень большими целыми, но и с очень малыми дробными числами.

— А цифрами там тоже служили буквы, только с какими-то закорючками наверху, — сказал Чит, развернув новую бумажку.

— Вы имеете в виду титло, — сказал Ара. — Оно-то и превращает букву в цифру. Причём в числах, состоящих из нескольких цифр, титло ставится только над первой. Вот так!

СЛАВЯНСКИЕ ЦИФРЫ-БУКВЫ
А В Г Д Е S З И Ф
1 2 3 4 5 6 7 8 9
І К Л М Н З О П Ч
10 20 30 40 50 60 70 80 90
Р С Т У Ф Х Ѱ Ѡ Ц
100 200 300 400 500 600 700 800 900
ТЫСЯЧА
ЛЕОДР
ТЬМА
ВОРОН
ЛЕГЕОН
КОЛОДА

Он быстро нацарапал клювом на барабане ВІ, но Чит сказал, что Ара написал что-то несуразное: сперва 2, потом 10…

— Тысяча извинений! — сконфузился тот. — Забыл предупредить, что числа второго десятка славяне писали в том же порядке, как читали. А читали они так: дваná десять, триná десять. Иначе говоря, два сверх десяти, три сверх десяти…

— Любопытно! — сказал Чит. — Сейчас только заметил, что числа от 11 до 19 мы пишем не так, как читаем. Пишем сперва десятки, потом единицы: 12; 13. А читаем почти как древние славяне: двенадцать, тринадцать. Почему бы это?

Но Ара не ответил. Казалось, он погрузился в какие-то воспоминания. Глаза его были закрыты. Он тихонько раскачивался и что-то бормотал. Чит не знал, что и делать, но потом осторожно пощекотал попугая под клювом.

— Ара! Ара, вы спите?

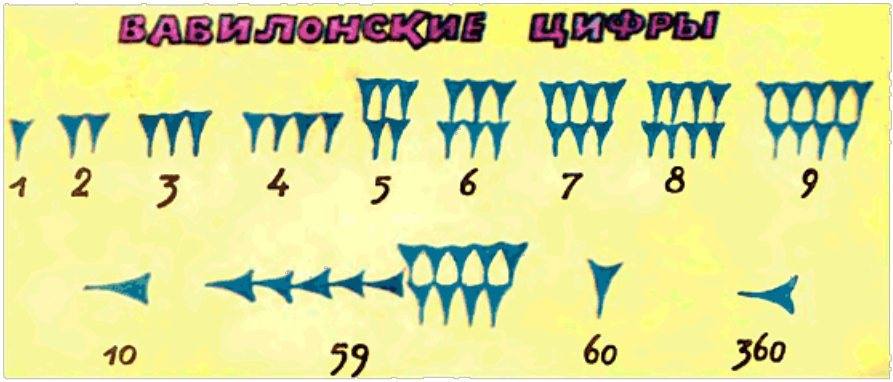
— А? Что? — встрепенулся тот, испуганно моргая. — Сплю? Я?! Никоим обррразом! Прррросто замечтался. Может старый мудрый Ара вспомнить что-нибудь приятное? Хотя бы вавилонскую нумерацию! «Я вспомнил вас, и всё былое…» — запел он вдруг во всё горло, но тотчас стыдливо осекся. — Парррдон. Прррошу прощения. Эта замечательная система счисления всегда настрррраивает меня на лирический лад.

— А почему? — сейчас же прицепился Чит. — Чем она лучше других?

— Чем? Да хотя бы тем, что предвосхитила нашу, современную систему счёта. Так уж вышло, что эта старейшая нумерация — а ей как-никак четыре или пять тысяч лет от роду! — гораздо выше многих, куда более поздних. Видите ли, большинство древних нумераций обладают одним общим свойством: там есть специальные, самостоятельные значки для обозначения чисел каждого разряда. У римлян, например, 10 — *X*, 100 — *C*, 1000 — *M*. А в вавилонской нумерации один и тот же значок в разных разрядах принимает и иное значение. Выходит, числовое значение цифры зависит здесь от места, а точнее — от позиции, которую она в числе занимает. Поэтому нумерация называется позиционной. Хотите разобраться получше, взгляните на билетик!

Чит взглянул, но ничего не понял. Вместо цифр на билетике были нацарапаны какие-то гво́здики со шляпками — с одной или с несколькими сразу. Выяснилось, впрочем, что гвоздики и есть цифры, и значение каждой — от единицы до девятки — определяется по числу шляпок. Десять обозначается шляпкой побольше, к тому же с полями и без гвоздика, да ещё опрокинутой набок. Между прочим, все эти знаки одинаково напоминают клинышки — недаром вавилонская письменность называется клинописью! Клинышки выдавливались заострёнными

палочками на сырых глиняных плитках, которые затем обжигались на солнце…



— Фу, как неудобно! — скривился Чит (он уже порядком устал, а когда он уставал, ему не нравилось решительно ничего). — Глиняная библиотека… Небось книги из неё домой на ослах возили.

— На ослах?! — задохнулся Ара. — На ослах?! Да знаете ли вы, чем обязаны вавилонской математике? Вавилонская математика оказала благотворррнейшее влияние на математику многих стррран. В Вавилон ездили учиться такие замечательные учёные, как Пифагор. Из Вавилона позиционная система счёта перекочевала в Индию, из Индии арррабские завоеватели перенесли её в Евррропу! А вы — на ослах… Нет, я этого не переживу! Я расстррроен… Я рассеррржен… Мне дурррно…

Тут он завертел свой барабан с невероятной скоростью, и оттуда фонтаном брызнули «всевозможные нумерации», с которыми Чит не успел познакомиться. Их было столько, что он испугался. Ещё немного — и они засыпали бы его с головой! К счастью, в это время откуда-то появилась Ари и увела его прочь от разъярённого лотерейщика.

Гармония

На сей раз они шли довольно долго. И всё-таки Чит не успел ни соскучиться, ни утомиться. По обе стороны стеклянного коридора проплывали такие чудесные, такие солнечные картины! Раскачивались на ветру раскидистые, необычайной красоты деревья. Плавно и неспешно сменяли друг друга величавые статуи, храмы, дома — такие все разные, такие непохожие! И такие — всякий раз по-новому — складные, стройные, соразмерные…

— Вот-вот, стройные и соразмерные, — подтвердила Ари, словно угадав мысли Чита (или он незаметно для себя говорил вслух?). — Стройные, соразмерные, гармоничные, — продолжала она. — Последнее определение, пожалуй, самое точное. Гармония — именно так называем мы всякое проявление соразмерности и красоты. Гармонией, кстати, называется и следующая наша с тобой остановка.

И тут они очутились у подножия широкой лестницы, которая вела к великолепному зданию. Чит уже видел такое в одной книжке и сразу догадался, что здание древнегреческое, с колоннами и треугольной шапочкой наверху. Помнится, шапочка называется фронто́ном. Но вот что удивительно: на фронтоне красовалась лепная пятиконечная звезда, обведённая лепной же пятиугольной рамкой. Увидав звезду, Чит сперва обрадовался, а потом задумался: советская звезда — и вдруг в Древней Греции! С чего бы это?

Но Ари сказала, что пятиконечная звезда известна людям с глубокой древности. Фигуру эту часто изображали древние вавилоняне. В Древней Греции её избрали своей эмблемой пифагорейцы — последователи знаменитого Пифагора. А Пифагор хорошо знал вавилонскую математику и позаимствовал из неё немало любопытного. В том числе, может быть, и этот звёздчатый пятиугольник.

— А что в нём любопытного? — заинтересовался Чит.

— Гармоническое сочетание частей. Недаром в древности пятиконечная звезда была символом здоровья, а здоровье — тоже

гармония: пропорциональное сложение, согласованная работа всех органов. Вот и в звёздчатом пятиугольнике древние подметили замечательную пропорцию, соотношение частей, которое назвали золотым сечением. Чтобы вычертить пятиугольную звезду, надо построить пятиугольник с одинаковыми сторонами и соединить его вершины — иными словами, провести диагонали. Из этих-то диагоналей и образуется звезда. Как видишь, — сказала Ари, указывая на фронтон, — каждая диагональ делится здесь другой диагональю на две части: ме́ньшую и бо́льшую. Так вот, короткая часть во столько раз меньше длинной, во сколько длинная меньше всей диагонали в целом. Но самое интересное, что подобное соотношение частей постоянно встречается в природе. Его можно обнаружить всюду. В строении человека, животных, растений…

— Так, может быть, древние вовсе не изобрели золотого сечения, а просто подсмотрели его у природы? — предположил Чит.

— Вполне вероятно. Сперва подсмотрели, а потом стали пользоваться своим открытием, когда хотели создать что-либо совершенное, гармоничное. Впрочем, золотое сечение — оно используется главным образом в изобразительном искусстве и архитектуре — всего лишь одно из проявлений гармонии. А вообще-то гармония — понятие широкое. Есть гармония в стихах, в танцах. Есть она и в музыке, что, кстати сказать, убедительно показал Пифагор в своём труде о гармонии.

— Не понимаю, — задумался Чит. — Ты говорила, Пифагор — математик?

— Ну и что же! Пифагорейцы, надо тебе знать, изучали четыре науки: арифметику, геометрию, астрономию и музыку.

— Какая же музыка наука? — фыркнул Чит. — Она же искусство.

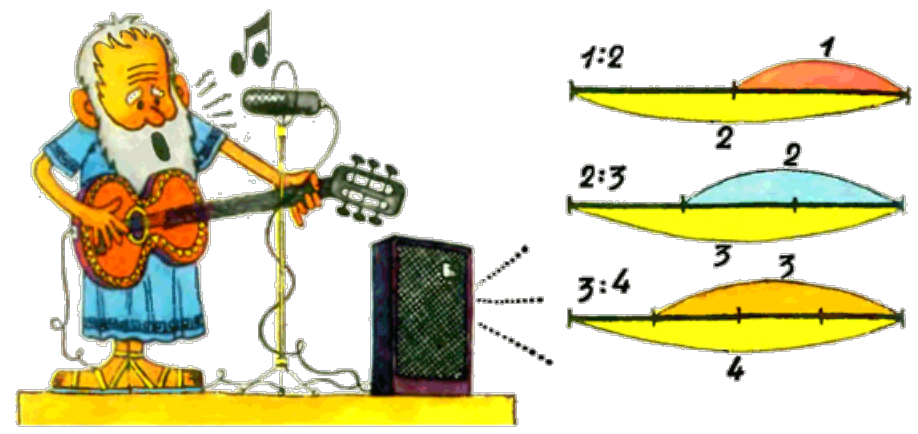
— Искусство, основанное на числах, — возразила Ари. — Пифагорейцы придавали числам особое значение. Они поклонялись им как божеству. Числа, по их мнению, управляют мировым порядком. На числах основана гармония Вселенной… Ну, тут они, пожалуй, хватили через край. И всё-таки пифагорейцы были настоящими учёными. Они успешно продолжили и развили то, что почерпнули у вавилонян, и сами открыли немало нового в области чисел. О числах, которыми занимались пифагорейцы, можно говорить долго. Но я познакомлю тебя только с несколькими — хотя бы с этими четырьмя: 1, 2, 3, 4. Пифагор относился к ним с особой нежностью: ведь с их помощью он заставил одну-единственную музыкальную струну издавать звуки самой разной высоты.

— И как же он этого добился?

— Использовал отношения своих любимых чисел.

Чит не удержался — хихикнул. Он думал, отношения бывают только у людей. Но Ари сказала, что у чисел тоже, хотя и совсем другие.

Чтобы получать звуки разной высоты, Пифагор стал прижимать струну пальцем в определённом месте, то есть делить её в определённых числовых отношениях: сперва в отношении одного к двум (1 : 2), потом двух к трём (2 : 3), затем трёх к четырём (3 : 4). Как он делил струну дальше, не суть важно. Главное, что вместо целой струны у него всякий раз звучала лишь какая-то часть её. Так с помощью чисел Пифагор заложил основу науки о музыкальных созвучиях, которая тоже, между прочим, называется гармонией.



— Знаешь, Ари, всё это очень интересно… — замялся Чит. — И про Пифагора и про гармонию. Но я должен открыть тебе один секрет. Только не смейся, пожалуйста… Понимаешь, я ещё не умею делить меньшее число на большее. Два на три, три на четыре.

— Бедный ребёнок! Ты что, никогда не ел апельсинов?

Чит совсем растерялся. Апельсины он, конечно, ел, и даже больше, чем следовало. Но что общего между апельсинами и делением? Ари, однако, сказала, что это он поймёт на следующей остановке:

Дробные числа

И снова всё переменилось — прямо как в театре! Исчез дом с лепной звездой на фронтоне. Исчезли картины за стенками стеклянного коридора, да и сам коридор тоже. И вот они уже в небольшом чистеньком кафе, и на столе перед ними ваза с тремя апельсинами и пятью яблоками.

— Угощайся, — сказала Ари.

Чит не заставил себя упрашивать: схватил апельсин и стал чистить прямо руками.

Чистить апельсины руками не очень удобно, зато очень невыгодно. Сок попадает при этом куда угодно, только не в рот. В общем, очень скоро апельсин выглядел так, что пришлось его выбросить. Чит выглядел не лучше, но так как его самого выбросить нельзя было, он пошёл мыться, а когда вернулся, на тарелке лежал апельсин, очищенный самым что ни на есть аккуратнейшим образом. Ари спокойно вытирала фруктовый ножичек бумажной салфеткой.

«Всё-таки она молодчина, эта Ари», — подумал Чит и на радостях хотел было запихнуть апельсин в рот целиком. Но Ари сказала, что так недолго и подавиться, и лучше есть апельсин дольками.

Долек в апельсине оказалось двенадцать. Чит съел их по очереди и с большим удовольствием.

— Ну вот, — улыбнулась она, — а говорил, не умеешь делить меньшее число на большее.

— Где же тут меньшее на большее? — растерялся он. — Целый апельсин как-никак побольше дольки!

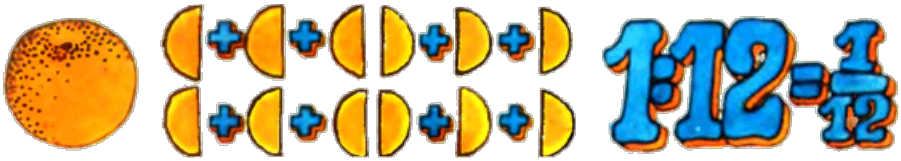
— Зато апельсин один, а долек — двенадцать. Стало быть, ты разделил единицу на двенадцать, а единица как-никак поменьше двенадцати. Разве не так?

— Так, — озадаченно заморгал Чит.

— Вот мы и добрались с тобой до дробных чисел, то есть таких, которыми записывают доли целого.

Ари взяла карандаш и написала на бумажной салфетке двухъярусное число. На верхнем ярусе стояла единица, под единицей — чёрточка, а под чёрточкой — число двенадцать: $^{1}/_{12}$.

— Это одна двенадцатая, то есть единица, делённая на двенадцать. И чёрточку здесь надо рассматривать как знак деления. Вот как выглядит апельсинная долька в числах. Впрочем, это вполне может быть и доля помидора, и доля рубля, и доля метра. Словом, всего, что можно делить на равные части, и, уж конечно, не только на двенадцать, а на сколько угодно.



— А если я хочу взять не одну, а пять апельсинных долек?

— На здоровье. Только записать это следует уже так: $^5/_{12}$. Пять двенадцатых. При этом не мешает запомнить, что число над чёрточкой называется числителем, а под чёрточкой — знаменателем дроби. Ясно?

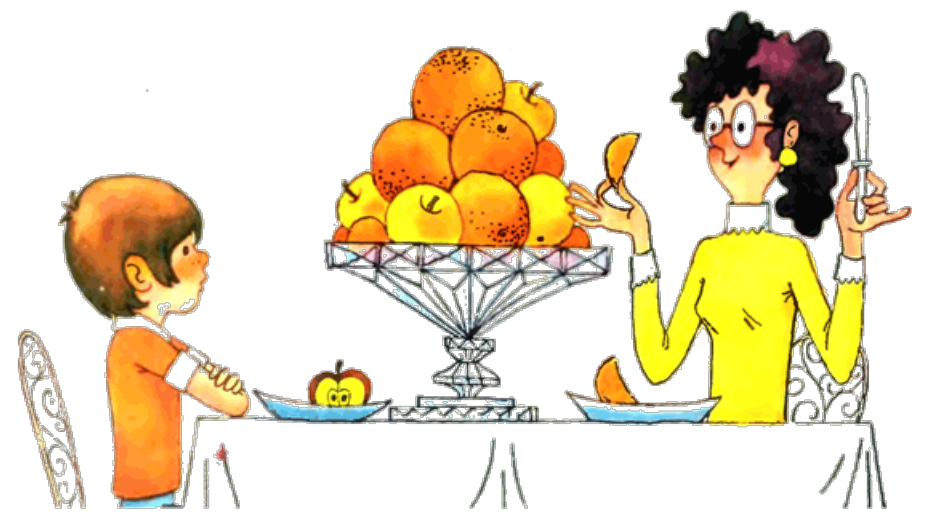
— Выходит, я съел двенадцать двенадцатых, то есть целый апельсин. А если мне и яблок хочется? Да не одно, а половину от всех пяти?

— Пожалуйста. Только тогда тебе уже придётся съесть неправильную дробь. Такую, где числитель больше знаменателя: $^5/_2$. Пять вторых.

Но Чит решительно не желал питаться дробями, тем более неправильными. Его интересовали яблоки, и Ари сказала, что яблоки, конечно, лучше. Хотя есть свои достоинства и у дробей. Пифагору, например, только потому и удалось разделить струну в нужных соотношениях, что он отлично орудовал дробями. И понадобились ему для этого именно те дроби, с которыми Чит только что познакомился: простые.

— А есть и какие-нибудь другие? — спросил он.

— Безусловно. Но не в том дело. Главное — уразуметь вот что. Яблоко можно разделить на сколько хочешь равных долей. Количество этих долей можно, в свою очередь, записать дробью. Но надо при этом помнить, что дробь, так же как и всякое число вообще, — не яблоко. И не какой-либо другой предмет. Число — понятие отвлечённое. У него своя, особая, самостоятельная жизнь. Хотя и пользуются им для самых разнообразных практических целей.



— Значит, яблоки яблоками, а числа числами? — подытожил Чит. — Весёленькая история!

— Это что! — засмеялась Ари. — Могу предложить повеселее. По плану на остановке «Дробные числа» мы с тобой должны пробыть полчаса, а пробыли только $^5/_6$ этого времени. Сколько времени остаётся у тебя, чтобы решить эту задачу?

Чит стал думать, но очень скоро Ари объявила, что время его истекло. Придётся решать задачу на остановке «Щ». На эту букву, мол, всё равно никакого арифметического понятия не придумаешь, так не пропадать же ей даром!

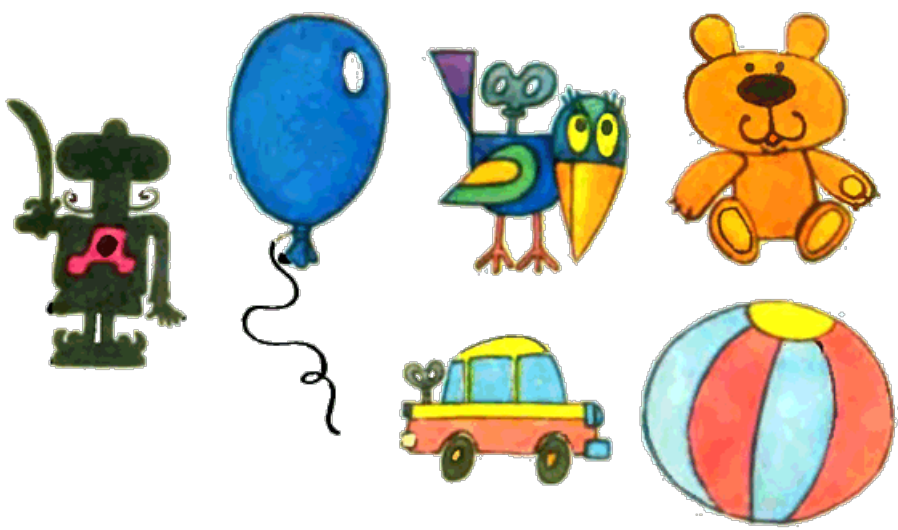
Тут она встала, взяла Чита за руку, и они пошли на остановку.

Здесь Чита ожидал приятный сюрприз: Ари привела его в магазин игрушек, и он мигом превратился из школьника в шкодника младшего возраста, как частенько называла его бабушка. За несколько минут он добросовестно перевернул вверх дном всё, что возможно. И тут на глаза ему попались коробки с пластмассовыми солдатиками.

Недолго думая он распечатал одну и хотел уже строить армию для боевых действий, но вдруг заметил, что солдатики не совсем обычные: во-первых, в восточных костюмах; во-вторых, у каждого на груди какая-нибудь цифра от 1 до 9. Кроме того, в коробке оказались крохотные барабаны, только без барабанщиков. Чит спросил, куда они делись?

— Демобилизовались, — пошутила Ари. — Отслужили — и по домам!

— Тогда надо бы сказать — ДОМОбилизовались, — солидно поправил Чит. — Но кто за них будет барабанить?



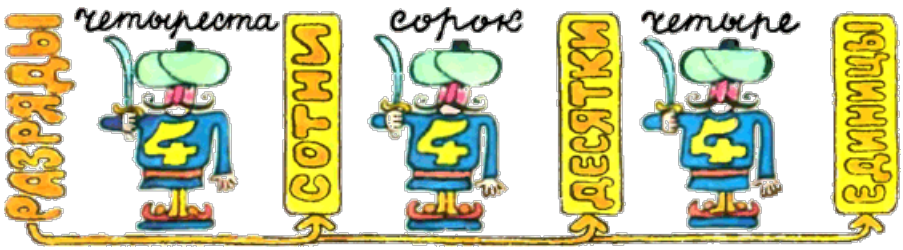
— Никто. В этой игре барабаны играют сами, притом немаловажную роль. Особенно когда армия стоит на боевых… вернее, на числовых позициях. Нужно, скажем, построить число четыреста восемь. Как ты это сделаешь? Возьмёшь солдатика с цифрами четыре, восемь и…

— …и поставлю их рядом! — бухнул Чит.

Но Ари сказала, что так у него получится всего-навсего 48, то есть число двузначное, где 8 означает количество единиц, а 4 — количество десятков. Число же четыреста восемь трёхзначное, и цифра 4 обозначает в нём количество сотен. Стало быть, и стоять ей надо на позиции сотен…

— Понимаю! — перебил Чит. — В этой игре те же правила, что и в нашем счёте. Цифра одна, а значения у неё разные…

— …в зависимости от занимаемой позиции, — добавила Ари. — 4 в разряде единиц — просто четыре, в разряде десятков — сорок, в разряде сотен — четыреста.



— Вот это армия! — воскликнул Чит. — Здесь любой солдат может запросто получить новое звание и стать в десять раз значительнее — стоит только передвинуться на одну позицию влево!

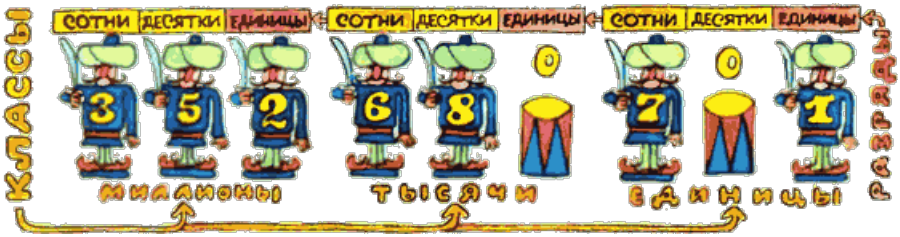
— А если на одну позицию вправо?

— Тогда он разжалован, и значение его в десять раз уменьшилось. Да, но как всё-таки построить из этих солдатиков число четыреста восемь? Ведь в разряде десятков там пусто.

— А ты заполни пустоту барабанчиком, — посоветовала Ари.

— Что ж ты сразу не сказала, что барабан здесь за нуль! — попрекнул её Чит и, тотчас забыв о числе 408, принялся строить другое: 352680701.

Получилось недурно, но прочитать число вслух Чит не смог, и Ари напомнила ему, что многозначные числа для удобства группируют по классам — по три разряда в каждом. Класс единиц, класс тысяч, класс миллионов и так далее. Каждый последующий в тысячу раз больше предыдущего. Зато разряды во всех классах всегда одни и те же: единицы, десятки, сотни. А классы пишутся на некотором расстоянии друг от друга, вот так: 352 680 701. В таком виде число читается уже довольно легко. Триста пятьдесят два миллиона шестьсот восемьдесят тысяч семьсот один.



После этого Чит распечатал ещё одну коробку, но солдатики оттуда посыпались такие странные! Он смотрел на них с недоумением, но вдруг вспомнил, что видел уже нечто подобное, и даже совсем недавно. Ну конечно! Это же вавилонские цифры. Те самые, из-за которых он рассорился с попугаем. Представители знаменитой вавилонской «нумерррации», которая чем-то напоминает нашу.

— Ты хочешь сказать, нашу десятичную систему счисления, — уточнила Ари.

— Само собой, — важно кивнул Чит. — Каждый последующий разряд у неё вдесятеро больше предыдущего, вот она и десятичная. Не пойму только, что у неё общего с вавилонской? Цифры у нас совсем другие.

— Цифры другие, да принцип тот же: позиционный. А это самый удобный, самый экономный принцип на свете! Ведь если, одна цифра на разных позициях приобретает разные числовые значения, значит, очень большие числа можно записывать совсем немногими цифрами! Мы вот обходимся десятью.

— У римлян было ещё меньше. Семь, — неожиданно возразил Чит.

— Да, но попробуй записать римскими цифрами расстояние от Земли до Солнца! Или перемножить сравнительно небольшие числа — скажем, 451 324 на 278…

— Ты что! — испугался он, вспомнив умножение на билетике.

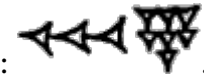
— Вот видишь! — засмеялась Ари. — Римляне, да и большинство древних народов, группировали числа по разрядам. Но система счёта была у них не позиционная. И вот почему теперь римские цифры мы видим только на часах да ещё, пожалуй, на юбилейных плакатах…

— А вавилонских и вовсе не видать!

— Совсем другое дело! Цифры вымерли, а идея живёт. Индийцы вот придумали другие цифры, зато идею вавилонян не только подхватили, но и усовершенствовали. Именно в Индии обрела она форму десятичной позиционной системы счисления, которой сейчас пользуются во всём мире. Правда, индийские цифры (их ошибочно называют арабскими, в честь арабов, благодаря которым они попали в Европу) не сразу приняли

нынешний вид. За полтора тысячелетия они успели основательно измениться! — Ари указала на крышку коробки, где находились солдатики с арабскими цифрами.

Но Чит не очень-то разглядывал нарисованную там таблицу: ему вдруг пришло в голову, что считать по-вавилонски вовсе не трудно. Надо только взять какое-нибудь наше число и подставить в него вместо арабских цифр вавилонские. Ведь принцип счёта один! Сказано — сделано. Он выстроил число 37, перед каждым солдатиком с арабской цифрой поставил вавилонскую — с тремя и с семью шляпками — и гордо покосился на Ари: что, здóрово?

— Спрашиваешь! — подмигнула она. — Только получилось у тебя не 37, а 10. Да и десятка-то по-вавилонски обозначается одним значком: . А 37 пишется так:  . Ясно?

— Нет! — сердито отрезал Чит. — Положим, с единицами тут всё в порядке. На этой позиции стоит один солдатик, хотя и в семи шляпках. Зато на позиции десятков — целое боевое подразделение.

— Как ты это кстати заметил! — умилилась Ари. — Именно боевое подразделение. Но должна тебя огорчить: разряда десятков в вавилонском счёте вообще нет. Числа до 59 включительно — это всё разряд единиц. А затем следует разряд шести десятков. Да, да, в вавилонской системе счёта каждый последующий разряд больше предыдущего не в 10, а в 60 раз. Потому она и называется шестидесятеричной.

Чит свистнул. Вон какие пирожки! Но тогда подставлять вавилонских солдатиков в наши числа, пожалуй, не стоит: просчитаешься!

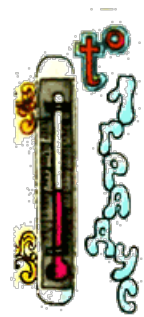
— Непременно просчитаешься, — подтвердила Ари. — Возьмём, к примеру, запись 7 5. В десятичной системе она расшифровывается так: $7 \times 10 + 5 = 75$. А в шестидесятеричной уже иначе: $7 \times 60 + 5 = 425$.

Чит хотел сказать по привычке: «Любопытно!», но онемел от удивления: запись одна, а числа разные! Но Ари не дала ему молчать слишком долго и предложила расшифровать тем же способом в обеих системах запись 5 6 8. К сожалению, ничего путного у него не вышло, и решение пришлось снова отложить до станции «Щ». Хотя Чит полагал, что можно бы ничего не решать вовсе: на что ему шестидесятеричная система? Он и с десятичной проживёт.

— Увидим! — усмехнулась Ари.

Единицы измерений

Они опять шли нескончаемым прозрачным коридором, но картин по обе его стороны уже не было. Зато были какие-то приборы. Видимо-невидимо. Разные-преразные. Незнакомые и знакомые. Некоторые даже очень знакомые: длинная линейка с делениями, весы, градусник — точь-в-точь такой, как за окном в кухне; электросчётчик, часы… Но незнакомых всё-таки много больше! У Чита просто глаза разбежались, и он забросал Ари вопросами: что за приборы? Для чего они нужны?



— Для измерений, — отвечала она.

— Измерений чего? — не отставал он.

— Чего угодно.

— Тебя послушать, так измерить можно всё на свете.

— Пока ещё не всё, но уже многое. Площадь и объём твоей комнаты. Работу водопроводного насоса, который подаёт воду в твою квартиру. Давление пара на крышку чайника. Освещённость стола, где ты готовишь уроки. Силу шума на школьной переменке. В общем-то, измерить можно бы действительно всё — даже твои шалости. Дело лишь за тем, чтобы найти подходящую единицу!

— Что ж тут искать? Единица — первое число натурального ряда.

— Верно, — согласилась Ари. — Но то-то и оно, что натуральная единица в этом случае не подходит. Здесь, брат, нужны искусственные. Специально изготовленные. Можно ли, например, сказать, что расстояние от твоего дома до школы равно пятистам единицам, не указав при этом, что это за единицы: сантиметры? Метры? А может килограммы?

— Килограммами сахар отвешивают, а не расстояние.

— Разумеется. Не измеряют килограммами и скорость поезда или самолёта. Здесь тоже нужна какая-то другая единица: скорости.

— Выходит, что ни случай, то новая единица измерения. Но сколько же тогда их надо напридумывать?!

— Много. Единиц измерений горы. И у каждой своё имя. Впрочем, вру, — спохватилась Ари, — имя как раз не всегда своё: единицам измерения нередко присваивают имена известных учёных. Ом, к примеру, не только фамилия знаменитого физика, но и единица сопротивления проводника электрическому току. Ампе́р — единица силы тока. Вольт — единица напряжения тока. Ньютон — единица силы. Герц — единица частоты колебаний. Но не в том дело. Важно, что все эти многочисленные единицы измерений получены всего-навсего из трёх основных единиц.

Ари покосилась на Чита — интересно ли ему? — и продолжала:

— Когда-то люди думали, что Земля покоится на трёх китах. Это, конечно, чепуха. Зато система измерений наверняка покоится на трёх китах, имя которым Длина, Масса, Время. Вот главные понятия, с помощью которых учёные создают любые единицы измерений. Ясно?

— Допустим, — уклончиво буркнул Чит. — Но для того, чтобы изготовить из этих трёх китов другие единицы, надо прежде всего измерить их самих.

— А почему ты думаешь, что этого не сделали? Для каждого

такого кита найдены свои надёжные единицы измерения. За единицу длины принят метр или одна его сотая часть — сантиметр; за единицу массы — килограмм либо одна его сотая — грамм, за единицу времени — секунда.

— Метры-сантиметры, граммы-килограммы, — отбарабанил Чит, — это мы знаем. Одно непонятно: о какой массе речь? О сырковой, что ли?

Ари почему-то долго смеялась, но потом вполне серьёзно подтвердила, что и о сырковой, и о шоколадной; и о чугунной — словом, о массе любого тела вообще. Точнее, о количестве вещества.

— Тогда лучше бы сказать не «масса», а «вес», — поправил Чит.

— Вовсе не лучше, — не согласилась Ари. — Масса и вес совсем не одно и то же. Вот хоть эта старинная гиря. — Она сняла с полки чугунный калачик. — Масса её, то есть количество вещества, — примерно четыреста граммов, или, как говорили прежде, фунт. Таким это количество останется повсюду: и в любом месте земного шара, и на Марсе, и на Луне. Зато вес гири непременно будет меняться в зависимости от того, где она находится. На Луне, например, та же гиря весит раз в шесть меньше, чем на Земле. Ведь сила лунного притяжения вшестеро меньше земного!

— Значит, масса — величина постоянная, а вес…

— …переменная, потому что зависит от силы притяжения. А сила эта, даже на нашей планете, в разных её местах, не одинакова.

— Любопытно! — вздохнул Чит. — Но вернёмся к нашим китам. Каким всё-таки способом их измерили? Вот хоть секунда — как её добыли?

— Секунда — единица времени. А измерение времени связано с вращением Земли вокруг своей оси. На один такой полный оборот уходит время, которое назвали сутками. И вычислить его было не так-то просто. Для этого понадобились сложные астрономические наблюдения и тончайшие математические расчёты. А если учесть, что сутки, в свою очередь, разделены на 24 часа, каждый час — на 60 минут и каждая минута — на 60 секунд, то после некоторых вычислений станет ясно, чему равна секунда. Она равна одной восемьдесят шесть тысяч четырёхсотой доле суток.

— Единичка-невеличка, — развеселился Чит. — А метр откуда?

— Да всё оттуда же. Из матушки-Земли. И неспроста. Когда дело касается основных единиц измерений, учёные, само собой,

стремятся сделать их как можно более точными и потому связывают с величинами наиболее надёжными, которые не меняются тысячелетиями. Вернее, меняются, но очень незначительно. Что же это за величины? Размеры Земли, длительность оборота её вокруг своей оси. С оборотом этим, как ты знаешь, связана единица времени. А с размерами Земли связана единица длины. Она происходит от того меридиана, который пересекает столицу Франции — Париж. Парижский меридиан измерили в конце XVIII века, и за единицу длины приняли одну сорокамиллионную часть его, названную метром. Ясно?

— Ясно, ясно, — нетерпеливо отмахнулся Чит. — Остаётся узнать, откуда взялся килограмм. Но мне, по правде говоря, ужасно хочется потолковать о другом. Вот в метре 100 сантиметров, в рубле — 100 копеек. А в часе почему-то не сто, а 60 минут. И в минуте не сто, а 60 секунд. По-моему, тут что-то не так.

— А по-моему, всё так. Просто время мы измеряем не в десятках, а в шестидесятках. Как древние вавилоняне. Да и только ли время? Земной экватор, например, разделён на 360 равных частей, то есть на число кратное шестидесяти. На 360 частей принято делить и земные меридианы, да и любую окружность вообще. Всё это — отголоски шестидесятеричной системы счисления. Следы её встретятся тебе и в геометрии, и в астрономии… Не такая уж она, выходит, бесполезная, как думают некоторые. — Ари выразительно посмотрела на Чита. — Иной раз и без неё не проживёшь.

Жребий

На этот раз они очутились на шумной площади с множеством пёстрых, нарядных павильонов. Громадные, ярко размалёванные плакаты приглашали зрителей на всевозможные представления — одно интереснее другого! Дрессированные дроби. Балет арифметических знаков. Римские цифры на проволоке. Смертельно опасный прыжок в бесконечность. Всемирно известные силовые акробаты Числитель и Знаменатель. Натуральные числа на мотоциклах. И ещё, и ещё… Наверное, не меньше ста!

— Что хочешь посмотреть? — гостеприимно поинтересовалась Ари.

— Всё! — сказал Чит, жадно сверкая глазами.

— Э, нет, на всё времени не хватит. Выбирай что-нибудь одно.

Чит подумал и выбрал балет, и Ари сказала, что теперь всё в порядке — только бы вытянуть нужный билетик! Чит хотел возразить, что билеты покупают, а если тянут, так жребий. Но Ари уже подвела его к длинному павильону с вывеской «Билеты по случаю». В павильоне было много полукруглых окошечек, помеченных разными номерами. В каждом окошечке — ящик, в каждом ящике — свёрнутые в трубочки бумажки. Ари выбрала окошко под номером 100.

— В этой кассе билеты на все сто представлений, по одному билету на каждое, — объяснила она. — Вытянешь, что задумал, — пойдёшь на балет. Вытянешь не то — пеняй на случай.

Чит растерялся: где уверенность, что ему повезёт? Ари подтвердила, что уверенности действительно нет. Зато вероятность имеется. Правда, очень небольшая. Всего-навсего в одну сотую.

— Как, — удивился он, — вероятность тоже можно измерить?

— Как видишь. В кассе 100 разных способов повеселиться. Тебя интересует один. Стало быть, у тебя одна возможность из ста попасть туда, куда ты хочешь. Короче говоря, вероятность удачи равна $^1/_{100}$.

Чит долго молчал, а потом спросил: нет ли кассы с большей вероятностью? Ари улыбнулась и повела его к окошечку под номером 10, где было всего десять билетов: по одному на каждое представление, в том числе на балет.

Чит сразу сообразил, что хотя количество билетов вдесятеро уменьшилось, зато вероятность удачи во столько же раз возросла. Теперь она уже равнялась не одной сотой, а одной десятой. Но тянуть жребий он всё-таки не стал и побежал к окошку под номером 5. Бедняга! Он-то думал, что здесь вероятность удачи равна одной пятой. Но Ари вовремя предупредила его, что среди пяти билетиков нет ни одного на балет, и потому вероятность удачи вовсе не $^1/_5$, а 0. Чит сказал, что это уж скорее невероятность. Он чуть не плакал от досады, и Ари поскорее повела его к ящику, где лежало всего-навсего два билета — один из них заведомо на балет. Вероятность удачи, таким образом, была уже очень велика: $^1/_2$! Но Читу, как видно, сильно хотелось на балет, потому что испытывать судьбу он и на этот раз не решился.

— Трусишка! Подавай тебе самую большую вероятность… Хорошо ещё, что она у меня в кармане, — засмеялась Ари и протянула ему бумажку со штампом «балет».

— Да здравствует вероятность, равная единице! — заорал Чит и тут же полюбопытствовал: — Ты эту игру специально для меня придумала?

Но оказалось, никакая это не игра, а наука — теория вероятностей. Весьма важная наука: о случайностях, о роли их в человеческой жизни, о законах, по которым они возникают. Над тайнами этих законов люди задумывались давно, потому что очень хотели научиться если не управлять случайными событиями, то хотя бы предугадывать их. Когда вероятны следующее землетрясение, наводнение, неурожай, эпидемия опасной болезни? Ведь, зная это заранее, можно подготовиться к беде, как-то защититься от неё… Попытки определять такие вероятности предпринимались, ещё в Древнем Риме и в Древнем Китае. Но наукой — настоящей, точной наукой — теория вероятностей стала только тогда, когда на помощь ей пришла математика.

Всерьёз это началось в XVI–XVII веках и продолжается до сих пор. Теорию вероятностей создавали и совершенствовали многие учёные разных стран и столетий, в том числе русские и советские. Со временем задачи её расширились. Теперь она стала подспорьем тех наук, которые изучают живую и неживую природу и выявляют всевозможные закономерности на основании громадного количества наблюдений и опытов. Это молекулярная биология, статистическая физика…

— Любопытно, — сказал Чит, когда Ари закончила свой рассказ. — Но при чём тут я? Ведь я, кажется, не физик и не биолог, никакими опытами не занимаюсь! Мне всего-то и надо было, что один билетик, а меня почему-то заставили вычислять вероятности. Зачем?

— Вероятно, затем, чтобы ты узнал о существовании этой

интересной и полезной отрасли математики, — ответила она. — А теперь поспешим на балет. Кстати, это и есть следующая наша остановка —

Знаки арифметические

Впрочем, название балета было длиннее: «Знаки арифметические в четырёх действиях, с прологом и эпилогом, но без антрактов».

Грянул марш, и через зрительный зал на сцену проследовали арифметические знаки: Плюсы, Минусы, знаки Равенства, Неравенства, Умножения, Деления и какие-то другие, Читу пока не знакомые. К счастью, все они были нарисованы в программке.

Знаки выстроились перед занавесом и дружно запели:

Как нету на свете без ножек столов,
Как нету на свете без рожек козлов,
Котов без усов и без панцирей раков,
Так нет в арифметике действий без знаков!

— Песня что надо, — шепнул Чит, — но разве в балете поют?

— Последний крик балетной моды! — похвасталась Ари.

Занавес раздвинулся, и первое действие — «Сложение» — началось. Героем его был толстый важный Плюс. Он вышел вперёд и запел басом:

Я — плюс, и этим я горжусь!
Я для сложения гожусь.
Я добрый знак соединенья

И в том моё предназначенье.

Ему долго хлопали, а потом на сцену выпорхнули три цифры в нарядных светящихся костюмах: мальчик Единичка и две девочки — Шестёрка и Девятка. Сперва они танцевали каждый сам по себе. Затем Единичка и Шестёрка взялись за руки, образовав число Шестнадцать, а бедная Девятка осталась в грустном одиночестве. Но в это время Плюс встал между счастливой парочкой и обиженной Девяткой, и тотчас справа от Девятки появился знак Равенства, а за ним число Двадцать Пять: 16 + 9 = 25. Потом Девять и Шестнадцать — их теперь называли Слагаемыми — поменялись местами, но Сумма их — Двадцать Пять — от этого ничуть не изменилась: 9 + 16 = 25. В общем, всё завершилось ко взаимному удовольствию, и участники Равенства бодро запели:

Шестнадцать и девять
Всегда двадцать пять.
Их можно спокойно
Местами менять,

Их можно, бесспорно.
Местами менять,
И будет всё время
Опять двадцать пять,

Опя-а-ать два-а-адцать пя-а-ать!

На том первое действие закончилось и началось второе — «Умножение». Сперва, правда, могло показаться, что всё ещё продолжается первое, только вместо двух разных Слагаемых на сцене появилось семь одинаковых — все Пятёрки. Плюсов тоже стало больше, хотя и не семь, а шесть, и все они вместе с

Пятёрками образовали Равенство: $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$.

Но тут сверху на трапециях спустились ещё два арифметических знака: жирная Точка и Крестик, очень похожий на Плюс, только скособоченный. Они ловко спрыгнули на пол и затянули в два голоса:

Мы оба — знаки умноженья
Для облегчения сложенья.
Нас надо в помощь пригласить,
Чтоб равных чисел ряд сложить.

После этого шесть Плюсов и шесть Пятёрок взялись под руки и убежали, а вместо них появилась всего одна Семёрка. Она встала справа от оставшейся Пятёрки, между ними поместился Крестик. И вот взамен длинного, неуклюжего Равенства на сцене короткое и удобное: $5 \times 7 = 35$. Потом Семёрка и Пятёрка, которых уже величали не Слагаемыми, а Множителями, поменялись местами, и между ними оказалась Точка (Точка и Крестик работали по очереди, чтобы никому обидно не было), но Произведение их так и осталось Тридцать Пять: $7 \cdot 5 = 35$. И снова зазвучала песенка из первого действия, только слова её чуть-чуть изменились:

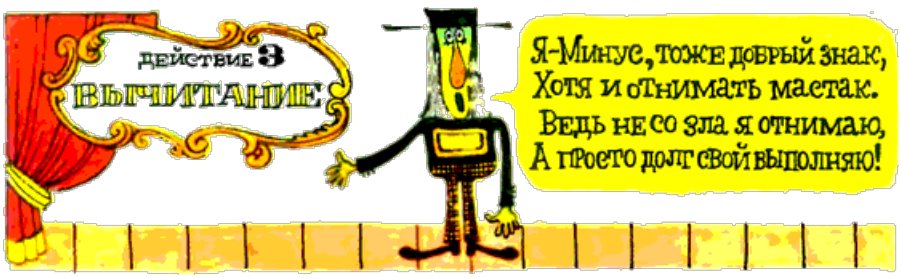
Семь на пять, конечно,
Всегда тридцать пять.
Их можно спокойно
Местами менять,

Их можно, бесспорно,
Местами менять,
И будет, как прежде,
Опять тридцать пять.

Опя-а-ать три-и-идцать пя-а-ать!

Действие третье называлось «Вычитание», и здесь главным действующим лицом был Минус. Он пропищал свой выходной куплет дребезжащим фальцетом:

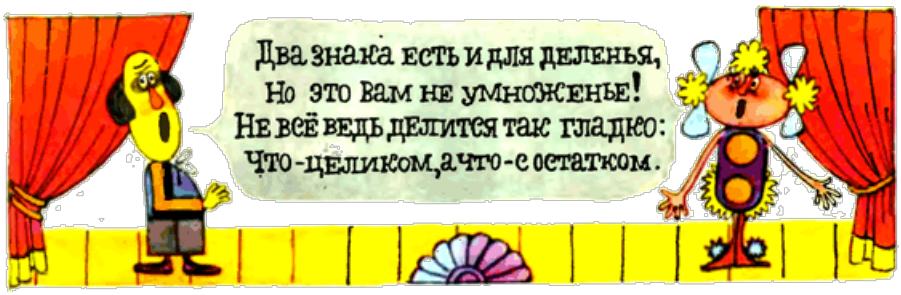
Я — минус, тоже добрый знак,
Хотя и отнимать мастак.
Ведь не со зла я отнимаю,
А просто долг свой выполняю!



Затем отплясывали двое: мальчик Восьмёрка и девочка Двойка, что почему-то называлось «па-де-де». Сперва они танцевали поврозь, но потом это им, как видно, наскучило. Они стали рядом — Восьмёрка слева, Двойка справа — и хотели взяться за руки, но тут, как на грех, между ними вклинился Минус, после чего образовалось Равенство: 8 – 2 = 6. Разлучённые Восьмёрка и Двойка стали хвататься за голову, тянуть друг к другу руки — словом, переживать, а потом заметались по сцене и в суматохе поменялись местами. Но разгневанный Минус сейчас же водворил их обратно. Он дал им понять, что такие коленца годятся для сложения и умножения, но уж никак не для вычитания, где вместо Суммы и Произведения — Разность, а вместо Слагаемых и Множителей — Уменьшаемое и Вычитаемое, которым местами меняться не положено. Потому что получится при этом не «опять двадцать пять», а совершенно другой результат и даже совсем из другой оперы… то есть, тьфу, из другого балета под названием «Отрицательные числа». Тем эта жуткая история и закончилась, и Чит потихоньку спросил: что за числа такие? Но Ари сказала, что об отрицательных числах речь впереди, а сейчас надо смотреть действие четвёртое: «Деление».

Здесь опять-таки пели дуэтом сразу два арифметических знака — Двоеточие и Уголок:

Два знака есть и для деленья,
Но это вам не умноженье!
Не всё ведь делится так гладко:
Что — целиком, а что — с остатком.



На сей раз в танцах участвовали Делимое и Делитель — числа Восемнадцать и Шесть. Потом между ними затесалось Двоеточие, и на сцене появилось Равенство: 18 : 6 = 3. Тройка в этом равенстве называлась Частным.

Затем Шестёрка убежала, место её заняла Пятёрка, а Тройка вдруг залилась слезами и запела длинную заунывную арию о том, что теперь ей, несчастному Частному, явно чего-то не хватает, так как 18 делится на 5 с Остатком в 3 единицы, а 3, делённое на 5, равно дроби $^3/_5$. Ария закончилась душераздирающим воплем: «О дайте, дайте мне Остаток!», после чего на сцену выехала двухэтажная тележка, где наверху стояла Тройка-Числитель, а внизу — Пятёрка-Знаменатель, и справедливость мигом восторжествовала. Теперь Равенство выглядело вполне пристойно: 18 : 5 = $3^3/_5$. На радостях Тройка-Частное сплясала вместе со своим Остатком, и всё опять закончилось наилучшим образом.

Лишь Уголок стоял в стороне и обиженно кривил губы. Не

пришлось ему блеснуть своим талантом: Уголки-то используются только при делении больших чисел!

Тут на сцену вышли все участники представления и спели, как водится, заключительную песенку. Правда, не слишком длинную, но зато убедительную:

Знаки всякие нужны, знаки всякие важны!

На том занавес закрылся, и Ари с Читом отправились дальше.

Игры числовые

Слово «игры» сразу настроило Чита на весёлый лад. Он уж подумал, что снова попадёт в магазин игрушек, но никакого магазина не было. Зато была картина, а на картине — женщина в старинной одежде и почему-то с крыльями.

Крылья показались Читу ужасно глупыми, но хозяйка их глупой вовсе не выглядела. Наоборот! Судя по циркулю у неё в руке, это была женщина серьёзная и учёная. Она о чём-то напряжённо думала — наверное, решала какую-нибудь задачу, а у ног её лежали счётная линейка, шар, корова, собака и другие научные предметы.

Ещё на картине была башня, на которой висели песочные часы, весы, какие-то колокольчики и шахматная доска. Ари, впрочем, сказала, что это не шахматы, а совсем другая игра, числовая. Таких игр вообще-то немало, но эта — одна из самых древних и занятных: магический квадрат. Тогда только Чит заметил, что на доске не 64, а всего 16 клеток, и в каждой клетке какое-нибудь число, от 1 до 16. Числа эти по условию надо расположить так, чтобы сумма их была одинакова всюду: в каждом ряду, в каждом столбце и по диагоналям.

Нечего и говорить, что Чит мигом забыл о картине и захотел поиграть в магический квадрат. Ари не возражала, но дала ему доску не с шестнадцатью, а с девятью клетками: не то, сказала она, сидеть им здесь до следующего утра. При доске было девять фишек с числами от 1 до 9, и Чит, который всё начинал с натурального ряда, расставил фишки по порядку номеров.

Увы! Сумма чисел в первом ряду равнялась шести, а в первом столбце — двенадцати. Дальше и считать не стоило, и Чит перепробовал ещё несколько расстановок — всё с тем же плачевным результатом.

Тогда Ари сказала, что у него нет никакой системы и что, прежде чем расставлять фишки, не худо бы подумать, чему должна быть равна сумма чисел в каждом ряду. Для этого надо прежде всего подсчитать сумму их во всех трёх рядах, то есть

попросту сумму всех чисел на фишках, а это 45: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45. Отсюда следует, что сумма в одном ряду (а значит, и в каждом столбце, и по каждой диагонали) должна быть равна пятнадцати (45 : 3 = 15). Вот теперь можно заняться расстановками, но… хватит ли у них времени? И не лучше ли отложить решение до «Щ»?

Чит согласился на это с радостью. Он тотчас забыл об игре и тут же снова вспомнил о картине. Оказалось, называется она «Меланхолия», и слово это можно толковать по-разному: мечтательность, раздумье, размышление. Последнее, пожалуй, лучше всего. Ведь во времена Альбрехта Дюрера (так звали создателя картины, великого немецкого художника XV–XVI столетий) склонность к размышлению считалась признаком гения, то есть высшей одарённости. А гениев, между прочим, всегда рисовали с крыльями — с лёгкой руки древних римлян, которые полагали, что у каждого человека есть свой гений, свой дух-покровитель. Чит подумал: может, гений — что-то вроде древнегреческой музы? Но Ари сказала, что муз всего девять, а гениев столько, сколько человеческих свойств и склонностей, стало быть, очень много.

— Отчего же изо всех многочисленных гениев Дюрер выбрал именно гения размышления? — поинтересовался Чит.

— Наверное, любил размышлять сам. Недаром он был не только замечательным художником, но и математиком, и механиком…

— Значит, у него был не один гений, а несколько сразу?

— Как видишь. К счастью, бывает и так.

Корни и степени

Ари сообщила, что именно так называется следующая остановка, и Чит всю дорогу гадал, куда попадёт на сей раз? Может, в ботанический сад? Ведь корни бывают у растений! Зато степени — наверняка что-то научное. Папа, например, недавно защитил диссертацию на степень кандидата технических наук. Только вот как увязать это с зелёными насаждениями?

К счастью, ничего увязывать не пришлось. Потому что вместо ботанического сада Ари привела его на спортивную площадку, где стояла шведская стенка, да такая высокая, что верхушка её терялась в облаках! Чит бросился к ней с победным воплем и с ходу полез наверх. Но Ари сказала, что стенка от него никуда не

денется и не угодно ли ему на минутку вернуться обратно? Да не только на землю, но и на прежнюю остановку! И тут в руках у неё появилась знакомая доска с девятью клетками.

— Что это такое? — спросила она.

Чит, понятно, ответил, что это магический квадрат. Но она заявила, что магическим он был на остановке «Игры числовые», а здесь превратился в обыкновенный, то есть просто в прямоугольник, где все стороны совершенно одинаковы. Конечно, каждую сторону квадрата можно разделить на сколько угодно равных частей. В этом квадрате все стороны разделены на три равные части. И если каждую часть принять за единицу, то можно сказать, что сторона квадрата равна трём единицам. Для того же, чтобы узнать, сколько всего клеток в этом квадрате, надо перемножить две его стороны, что равно девяти: $3 \times 3 = 9$.

— Вот мы и возвели число 3, как говорится, в квадрат — иными словами, во вторую степень, — заключила Ари. — Отсюда нетрудно понять, что возведение в степень — не только тройки, но и любого числа вообще — это попросту перемножение одинаковых множителей. Перемножение двух одинаковых множителей — вторая степень, или, квадрат числа, трёх множителей — третья степень, или, как говорят иначе, куб числа, четырёх — четвёртая степень, и так до бесконечности…

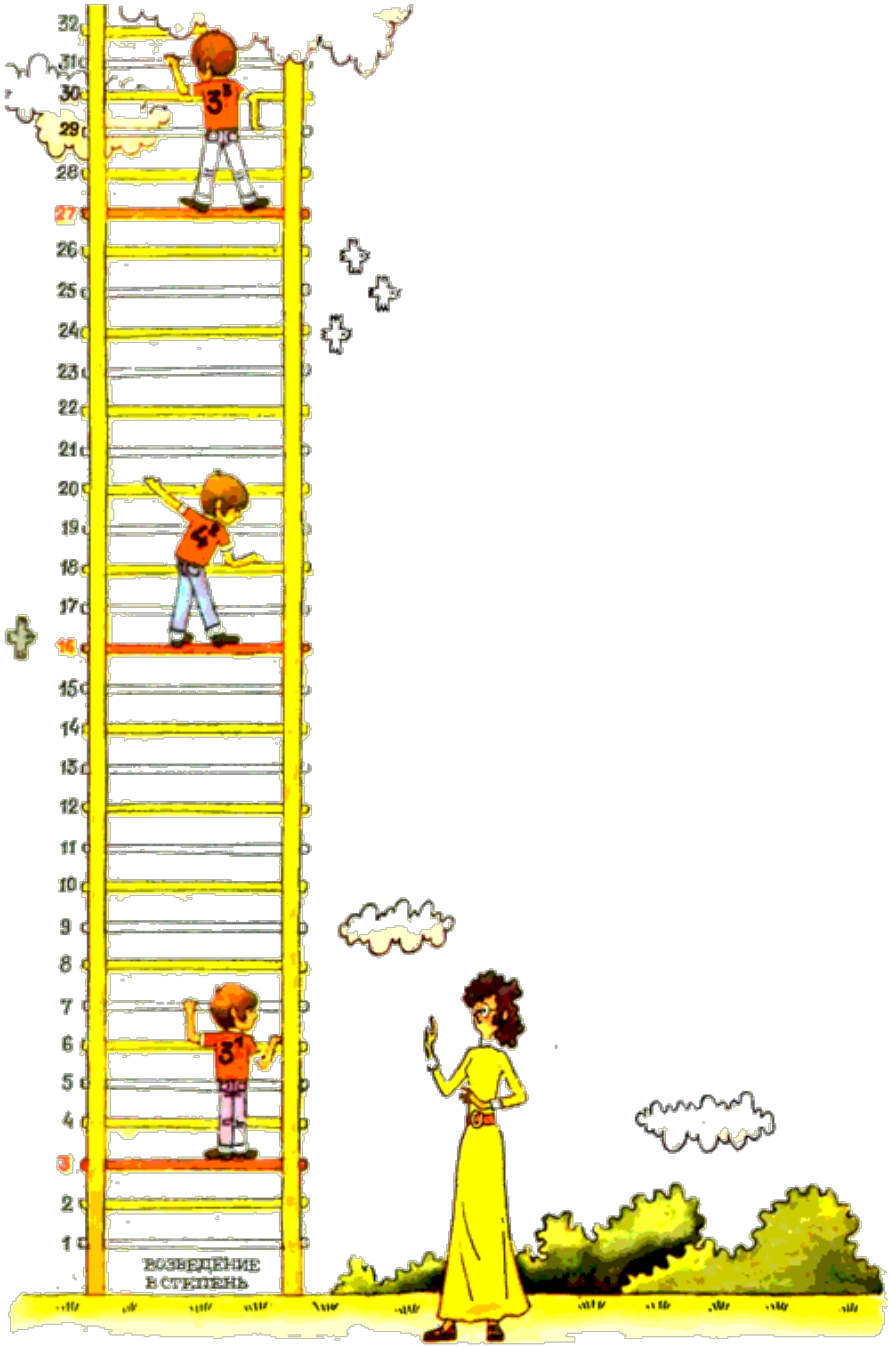
— Любопытно! — скривил губы Чит. — Выходит, чтобы возвести 3 в сотую степень, надо написать 100 троек и 99 знаков умножения?

— Глупости! — фыркнула Ари. — Довольно будет справа и чуть повыше тройки поставить маленькое 100. Вот так: 3^{100}. Здесь — 3 основание степени, а 100 — показатель её.

— Основание, показатель… Где же сама-то степень?

— Разумеется, число, которое получится в результате перемножения. В данном случае — совсем пустяковое число, знаков эдак из пятидесяти, — невозмутимо пояснила Ари и без всякого перехода скомандовала: — Вот теперь лезь на стенку!

Чит только того и дожидался, но оказалось, что лезть надо не просто, а с умом. Все перекладины были перенумерованы от единицы до… Впрочем, стенка уходила за облака, так что последнего числа видно не было. Игра состояла в том, что Чит изображал основание степени. Ари называла показатель, после чего надо было возвестись в степень собственными ногами. Правда, основание не превышало четырёх, а показатель — трёх. Тем не менее попотеть Читу пришлось изрядно.



Сперва он был тройкой и возводился в первую степень, то есть просто поднялся на третью перекладину. Потому что всякое число в первой степени равно самому себе, а значит и $3^1 = 3$. Затем Ари велела тройке возвестись в третью степень. Здесь пришлось вскарабкаться уже на двадцать седьмую перекладину:

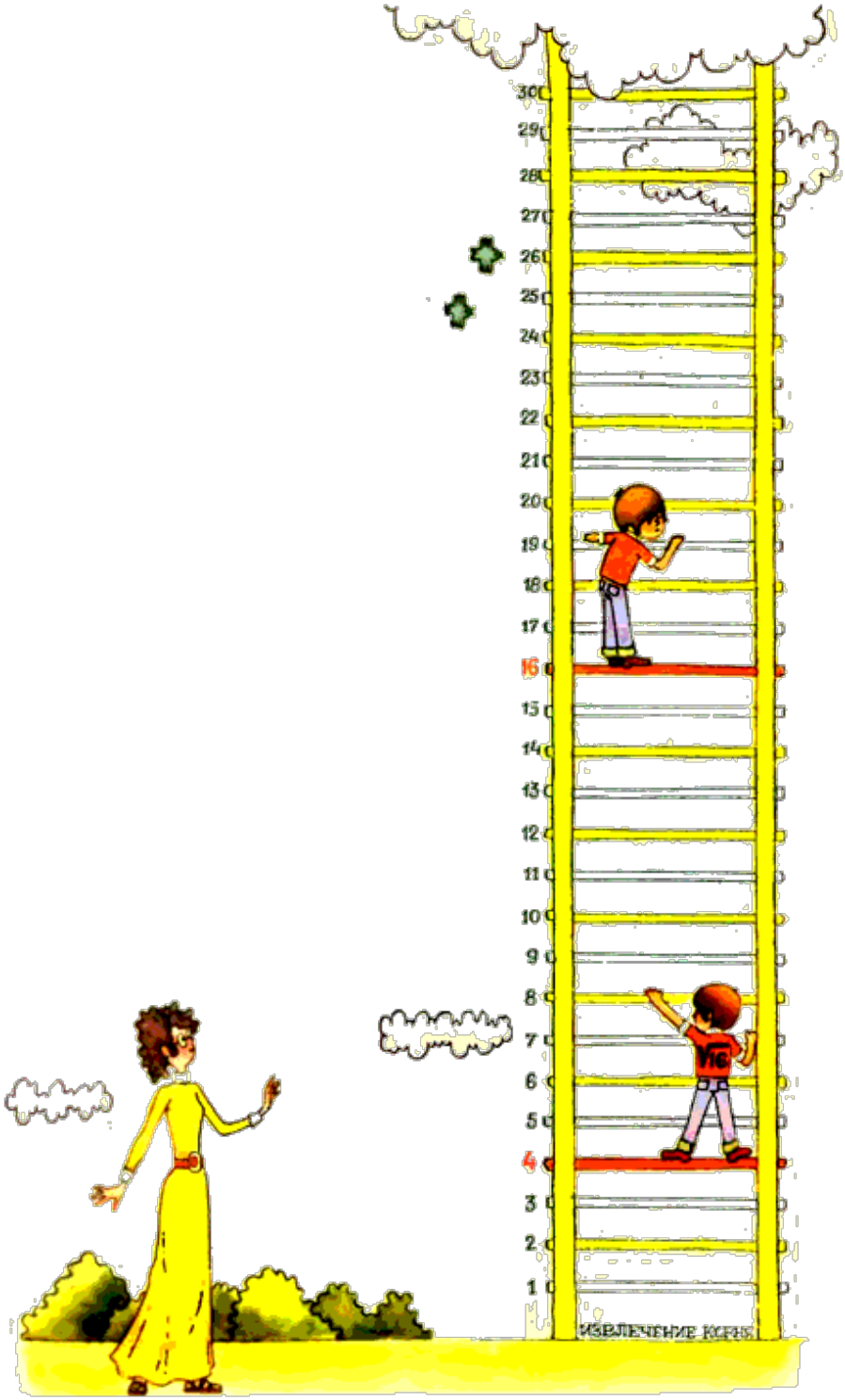
ведь $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$. Потом Чит стал четвёркой и возводился в квадрат, для чего преодолел 16 перекладин. Но в третью степень он возводиться наотрез отказался. Не лезть же ему, в самом деле, на шестьдесят четвёртый этаж!

— Так и быть, — сжалилась Ари. — Возьмём игру полегче. Давай извлекать корни.

— Из земли?

— Нет, из чисел. Ты где сейчас? На шестнадцатой перекладине? Отлично. Извлечём из шестнадцати корень квадратный, то бишь корень второй степени.

Чит спросил, как это делается. Оказалось, очень просто. Надо с шестнадцатой перекладины спуститься на четвёртую, то есть найти число, которое при возведении в квадрат даёт 16.



— Значит, извлечение корня — действие обратное

возведению в степень, — смекнул Чит.

И тут он сразу догадался, что корень третьей степени из двадцати семи равен трём. Но как это записать? Добрая Ари охотно нацарапала веточкой на земле «$\sqrt[3]{27}=3$», попутно объяснив, что $\sqrt{\ }$ — знак извлечения корня, маленькое 3 над ним — показатель корня, а 27 — подкоренное число. Чит напомнил ей, что она забыла про тройку в ответе, но Ари сказала, что тройка и есть сам корень!

После этого Чит захотел поупражняться в записях. Он взял веточку, лихо нацарапал «$\sqrt[2]{16}=4$» и, надо сказать, попал в цель сразу, хотя и не без маленькой ошибки. Как выяснилось, показатель корня 2 никогда не пишется. Почему? Да так уж условились. А потому писать следует просто $\sqrt{16}=4$.

Тут Ари предложила Читу возвести в пятую степень число 4 и извлечь корень третьей степени из числа 125. Решение, правда, было отложено до «Щ», и они пошли на следующую остановку.

Логика

Нельзя сказать, что Чит не слышал этого слова прежде: дома его упоминали постоянно! Мама, например, когда сердится на Чита, говорит, что у него странная логика. Папа, сердясь на маму, всегда повторяет, что логика у неё женская. А бабушка при этом поджимает губы и ворчит себе под нос, что у папы зато логика железная.

Неудивительно, что Чит поинтересовался, о какой логике пойдёт речь: о странной, женской или железной? Оказалось, ни об одной из трёх, а вовсе о четвёртой. О логике — науке правильно рассуждать.

— Да разве такая существует? — изумился он.

— Ещё бы! — воскликнула Ари. — Правильно рассуждать необходимо всем. И едва ли не более всего — математикам.

Чит спросил, с какой стати такое предпочтение математике? Разве она не такая же наука, как все?

— В том-то и дело, что не такая же, — сказала Ари. — Это остроумно доказывает венгерский математик Ре́ньи в книге, написанной в духе древнегреческих диалогов, то есть бесед. Греки — великие мастера по части рассуждений и доказательств, и, следуя им, Реньи выявляет особенности математики при помощи искусно поставленных вопросов. Познакомлю тебя с

ними вкратце. Как ты думаешь, что такое медицина?

— Наука о болезнях, — ответил Чит.

— Сойдёт. А астрономия?

— Наука о звёздах, о планетах…

— Сойдёт и это. А как ты назовёшь человека, который ищет месторождения нефти, угля, руды?

— Геологом.

— Верно. Теперь скажи: если бы не было врачей, были бы болезни?

— Что за вопрос! Даже, наверно, ещё больше.

— А звёзды? Были бы звёзды, если бы не было астрономов?

— Ясное дело, были бы.

— А нефть, уголь, руда, были бы они, если бы не было геологов?

— Конечно. Как лежали в земле, так бы там и остались.

— Отлично! — Ари даже руки потёрла от удовольствия. — Можем мы теперь сказать, что и болезни, и звёзды, и природные ископаемые существуют на самом деле?

— Тут и спрашивать нечего.

— Выходит, учёные, которые ими занимаются, имеют дело с вещами действительно существующими. А с чем имеют дело математики?

— С числами.

— Но можешь ты сказать, что числа — ну, хотя бы натуральные — существуют на самом деле? Так же, как звёзды, болезни, ископаемые?

— Ммм… Наверное, могу, — замялся Чит. — Если бы натуральных чисел не было, как бы мы с тобой о них говорили?

— Ну, а дробные числа? — допытывалась Ари. — Если бы не было на свете математиков, были бы дробные числа?

— Не знаю, — растерялся он.

— Так и быть, помогу тебе, — сжалилась она и написала на бумажке дробь $4/5$. — Видишь ты эту дробь?

— Вижу.

— Можешь её потрогать?

— Могу.

— Значит ли это, что она существует?

— Ты что, смеёшься? Мало ли что я нарисую! Может, Бабу-Ягу или Змея Горыныча. Но разве они существуют на самом деле?

— Стало быть, если число можно изобразить, это ещё не значит, что оно существует на самом деле. Где же, в таком случае, находятся дробные числа? Может быть, только в воображении математиков, которые их придумали?

— Ты хочешь сказать, что математика имеет дело с вещами

воображаемыми, а другие науки — с действительно существующими?

— Именно! В самую точку! И вот в чём состоит главная особенность математики, главное отличие её от других, естественных наук. Заметь: Реньи доказал это с помощью логических рассуждений. Рассуждение и доказательство — главное оружие логики. Но рассуждение и доказательство также главное оружие математики. Понимаешь теперь, почему математика так нуждается в логике? Впрочем, с некоторых пор и логика без математики не обходится.

— Это как же? — удивился Чит.

— Сейчас объясню. Видишь ли, среди прочих удивительных свойств есть у математики и то, что она легко переводит любые понятия на свой язык. А язык чисел — самый точный и самый краткий на свете. И вот отчего им так охотно пользуются самые разные науки. Даже такие, казалось бы, далёкие от математики, как наука о литературе — литературоведение. В наши дни математика стала международным языком, на котором изъясняются самые разные отрасли знаний, в том числе и логика.

— Хотел бы я знать, кому это пришло в голову перевести логику на язык математики? — полюбопытствовал Чит.

— Как тебе сказать… Первую попытку применить математику в логике сделал итальянский монах Лу́ллий в XIII веке. В XVII веке этим вопросом занимался великий немец Ле́йбниц. Но окончательно это удалось англичанину Бу́лю только в XIX веке. Правда, открытие его дожидалось признания около ста лет. Зато теперь булева алгебра пользуется всеобщим уважением. Достаточно сказать, что она играет не последнюю роль в устройстве так называемых думающих машин. А это, пожалуй, самые сложные машины на свете!

Множества

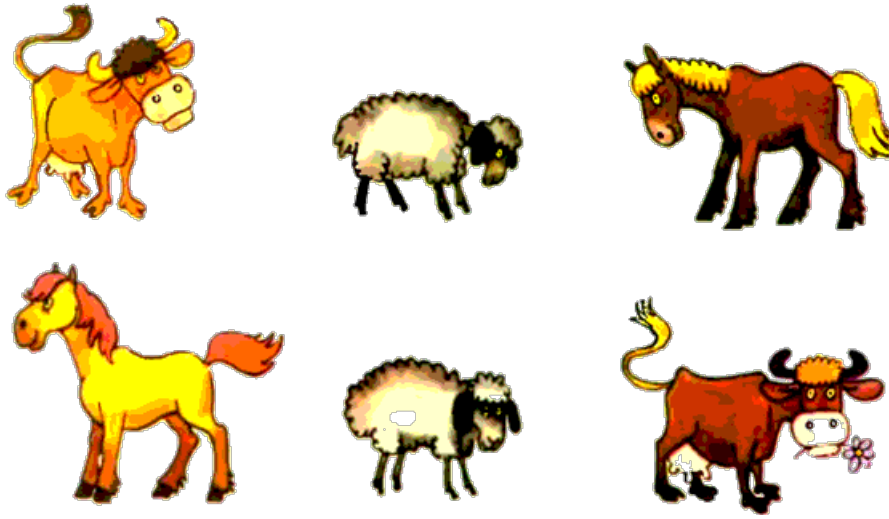
Теперь они очутились на цветущем солнечном лугу. Здесь мирно пощипывали сочную зелёную траву коровы и овцы, резвились длинногривые лошади и тонконогие жеребята. Чит смотрел на них, но никак не мог понять, при чём тут множества? Да и вообще, что это такое?

Как ни странно, всезнающая Ари долго думала, прежде чем ему ответить, а потом сказала, что точного определения множеству, пожалуй, не подберёшь. Впрочем, представление о множестве всё-таки дать можно, и лучше всего на примерах.

— Погляди вокруг, — предложила она. — Что ты видишь?

— Коров. Лошадей. Овец.

— Все они вместе образуют множество домашних животных на этом лугу. В то же время лошади образуют своё, самостоятельное множество: множество лошадей. Овцы также образуют множество овец, коровы — множество коров. И все эти отдельные множества входят в множество домашних животных. Стало быть, мы имеем право сказать, что каждое из этих трёх множеств есть подмножество множества домашних животных, которые пасутся на этом лугу. Теперь взгляни на лошадей. Одинаковые они или разные?



— Разные. Белые, гнедые, вороные.

— Лошади каждой масти образуют своё множество, которое тоже есть подмножество множества лошадей. А вот дерево, подле которого бродит табун, — входит оно в множество лошадей?

— Пожалуй, нет. Я думаю, дерево входит в множество деревьев.

— Верно. Но можно сказать, что дерево входит в множество всего, что находится на этом лугу. Потому что в множества объединяются не только однородные, но и самые разнородные предметы.

— Хо-хо-хо! — закатился Чит. — Тогда всё, что лежит у меня в кармане, тоже множество?

— Конечно. Хотя представляю себе, что там лежит… А теперь скажи, сколько лошадей в этом табуне… то есть в этом множестве?

Чит насчитал 25 лошадей, и Ари сказала, что, стало быть, в этом множестве 25 элементов. А вот коров — 18. Значит, множество коров состоит из восемнадцати элементов. Множества, где число элементов ограничено, называются конечными.

— А есть и бесконечные? — сейчас же прицепился Чит.

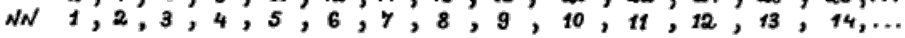
— Есть.

— Небось число элементов в них сосчитать нельзя?

— У иных нельзя, у иных можно. Вот, например, множество чётных чисел бесконечное, но всё-таки счётное.

— Сомневаюсь, — сказал Чит. — Чётным числам, как и всем другим, конца нет. Как же их сосчитать?

— На деле, разумеется, не сосчитаешь. Но умозрительно, чисто теоретически, перенумеровать их можно:



А вот множество точек на отрезке прямой или окружности перенумеровать нельзя. Даже теоретически. Это множество бесконечное и несчётное. Ведь точка в геометрии не имеет никаких размеров. Это понятие воображаемое. И даже на самом крохотном участке прямой умещается такое же множество точек, как и на прямой, соединяющей Землю, скажем, с Луной.

— И ты берёшься это доказать?!

— Берусь, но лучше эдак годика через два.

— А можно множества складывать, вычитать? И тому подобное?

— Конечно. Только здесь свои правила. Впрочем, с ними тебя познакомят в школе.

— У, какая ты неразговорчивая стала! Объясни, по крайней мере, для чего нужны множества?

— Видишь ли, не всем научным открытиям находится применение сразу. Так было с булевой алгеброй. Так было и с теорией множеств немецкого учёного Георга Ка́нтора. Долгое время их считали совершенно бесполезными. Но вот возникла кибернетика, появились думающие машины. И то, что казалось бесполезным, стало жизненно необходимым. Булева алгебра и теория множеств учат машины логически мыслить, правильно отбирать нужные сведения из множества множеств, объединяющих самые разные понятия…

— Постой, Ари, — недовольно перебил Чит, — ты совсем меня запутала! Что общего между булевой алгеброй и теорией множеств?

— Очень много. Во-первых, они пользуются одними и теми же математическими приёмами и правилами. Во-вторых, ты уже знаешь, что логика и математика вообще неразлучны. Они постоянно обогащают и совершенствуют друг друга. За примером недалеко ходить: исследуя бесконечные множества, учёные до того усовершенствовали логику своих рассуждений, что это положило начало новой отрасли математики — математической логике. Между прочим, таких заслуг у теории множеств порядочно. Можно смело сказать, что из неё вытекает чуть ли не вся современная математика. Но это уж разговор не для тебя. А мы ведь ещё не исчерпали множества остановок нашего маршрута!

Нуль

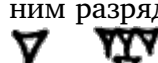
так называлась очередная остановка, и Ари спросила, знает ли Чит, что это этакое. Он даже обиделся: что за вопрос?! Нуль — цифра, которой обозначают пустоту. В числе 408 нуль надо было поставить в разряде десятков.

— Верно, — сказала Ари, — но нуль не только цифра. Как все цифры, он ещё и число, притом с очень занятными свойствами. Про него даже стихи сочинили:

Нуль на месте на пустом
Ставят, как известно,
Только он при всём при том
Не пустое место.

Не похож он на пятак,
Не похож на рублик,
Круглый он, да не дурак,
С дыркой, да не бублик!

Нуль на месте на пустом
Ставят, как известно,
Только он при всём при том
Не пустое место.
Не похож он на пятак,
Не похож на рублик,
Круглый он, да не дурак,
С дыркой, да не бублик!

Чит пришёл от стихов в восторг, и ему захотелось узнать о нуле подробнее. Оказалось, родина нуля — Индия: именно там надумали ставить кружок в пустом разряде числа. Но некоторые учёные считают, что нуль появился раньше, вместе с вавилонской позиционной системой счёта. Только сначала он был невидимкой. Желая показать, что в разряде пусто, вавилоняне делали пропуск между цифрами соседних с ним разрядов. Вот как это выглядит в вавилонском числе 3604:  . Конечно, такая запись нередко приводила к путанице, и со временем пустой разряд стали обозначать разделительным значком: . Правда, в конце числа вавилоняне нуля не ставили. Это добавление возникло в Греции, а утвердилось в Индии. Но именно благодаря ему десятичная позиционная система счёта приняла такой законченный вид. Между прочим, «кружок» по-индийски —

«су́нья». Арабы перевели это слово на свой язык, где «кружок» — «сифр». Но потом словом «сифр» стали называть и все остальные девять цифр. Так возникло слово «цифра».

— А когда появилось слово «нуль»? — полюбопытствовал Чит.

— Гораздо позже, — сказала Ари. — Оно происходит от латинского «nullum» — «ничто». Но, как ни странно, «ничто» — самая важная цифра нашей счётной системы! Казалось бы, пустота, воздух — а какая сила! Нуль только тогда ничего не значит, когда стоит слева от числа. Но стоит ему стать справа — и число тут же увеличивается в 10 раз. Да и слева от числа нуль ничего не значит только до тех пор, пока справа от него не поставят запятой. А чуть запятая поставлена — и число сразу уменьшилось…

— …вдесятеро? — предположил Чит.

— Как когда, — возразила Ари. — В зависимости от того, сколько в числе знаков. Нуль с запятой перед однозначным числом уменьшит его в 10 раз. Вот, например, 01 — что это такое?

— Телефон пожарной команды.

— Да нет, что это за число?

— Просто единица.

— А 0,1 это уже одна десятая, то есть дробь. Только такие дроби называются десятичными, а не простыми. Нуль с запятой перед двузначным числом 11 уменьшит его уже в 100 раз, то есть превратит в одиннадцать сотых: 0,11. А 0,111 — это уже сто одиннадцать тысячных…

— Выходит, влево от запятой каждый следующий разряд вдесятеро больше предыдущего, а вправо — вдесятеро меньше, — подытожил Чит. — Значит, если мне вздумается уменьшить единицу сразу в 100 раз, придётся…

— Придётся вклинить между запятой и единицей ещё один нуль. Вот так: 0,01. Вот какая могущественная цифра нуль! А уж число нуль и совсем особенное. Да и опасное! Нуль со знаком умножения запросто уничтожает какое угодно большое число. Ведь всякое число, помноженное на нуль, тоже превращается в нуль! Делить на нуль и того рискованней. При этом непременно придётся иметь дело с числами-великанами из бесконечности. А с бесконечностью шутки плохи! Вот почему деление на нуль строжайше запрещено. Зато сам нуль ничего не боится! Его на что ни умножай, на сколько частей ни дели — он так нулём и останется.

— Круглый он, да не дурак! — сострил Чит. — А как ведёт себя нуль при возведении в степень?

— А ты сам подумай! Чему равен нуль в первой степени?

— Если рассуждать логически, — заважничал он, — нуль в данном случае число, а всякое число в первой степени равно самому себе. Значит, нуль в первой степени тоже равен нулю.

— Верно. Подумай теперь, чему равно любое число в нулевой степени. Вот хоть 5.

— Ммм… Наверное, тоже нулю. Ведь 5 при этом надо помножить само на себя нуль раз или попросту ни разу.

— А вот тут подвела тебя логика. Каким образом? Сейчас поймёшь. Но сперва познакомься с правилами умножения и деления степеней. Реши для начала такой пример: $2^3 \times 2^2$.

Чит взял блокнот и написал: «$2^3 \times 2^2 = 8 \times 4 = 32$».

— Правильно, — похвалила Ари, — но можно иначе. Взгляни на результат 32. Что это такое? Это $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$. Отсюда $2^3 \times 2^2 = 2^5$. Но 5 — это же сумма показателей перемножаемых степеней: $3 + 2 = 5$. Значит, для перемножения степеней с одинаковыми основаниями достаточно сложить их показатели и возвести одно из оснований во вновь полученную степень: $2^3 \times 2^2 = 2^5 = 32$.

После этого Чит сам сообразил, что при делении степеней с одинаковыми основаниями надо вычислить разность показателей: $2^3 : 2^2 = 2^{3-2} = 2^1 = 2$.

— Вот теперь нетрудно понять, отчего любое число в нулевой степени равно не нулю, а единице, — сказала Ари. — Чему, по-твоему, равно $5^3 : 5^3$? Ясно, что единице, поскольку единице равно всякое число, делённое само на себя. Но $5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0$. А две величины, порознь равные третьей, равны между собой. Отсюда $5^0 = 1$.

Вслед за этим, «рассуждая логически», Чит заключил было, что если единице равно всякое число в нулевой степени, то единице равен и нуль в нулевой степени. Но Ари снова напомнила ему, что нуль хоть и число, да не всякое: у него своя логика! И потому 0^0, так же как 0 : 0, равны не единице, а совсем другому числу. В математике оно называется неопределённостью, потому что у него может оказаться любое числовое значение. Да, таков уж нуль! От этого товарища всегда жди каких-нибудь фокусов. Недаром в лабиринте чисел про него поют ещё и такую песенку:

У людей говорят:
«Не шути с огнём!»
А у нас говорят:
«Не шути с нулём!»

У нуля про запас
Сотни каверз и проказ,
Нужен глаз за ним
Да глаз!

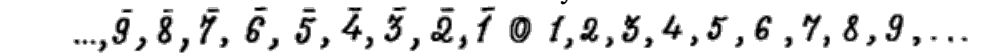
Отрицательные и положительные числа

— Помнится, на балете «Знаки арифметические» ты интересовался, какие такие отрицательные числа поминал Минус, — сказала Ари. — Пора открыть тебе эту страшную тайну.

И вдруг они непонятным образом опять очутились в знакомом театре. Только на сцене шёл уже другой балет: «Отрицательные и Положительные числа». Чит увидел два бесконечных, развёрнутых по одной прямой, ряда натуральных чисел, которые на первый взгляд отличались только направлением. Один из них протянулся вправо от единицы, другой — влево от неё. Правда, все числа левого ряда были помечены наверху знаком минус. Но оказалось, что как раз из-за этого несчастного минуса натуральными их никак не назовёшь. К натуральным относятся только числа правого ряда, где минусом и не пахнет. Это числа со знаком плюс, хотя пишется он лишь тогда, когда не мешает об этом особо напомнить.

Стало быть, несмотря на обманчивое сходство, ряды разные. Хотя есть между ними и кое-что общее. Числа их одинаково величают Целыми. Только в правом ряду это Целые Положительные числа, а в левом — Целые Отрицательные.

И тут обнаружилось, что на границе двух рядов, между Положительной и Отрицательной Единицами стоит ещё одно число: Нуль!



Увидав его, Чит вскрикнул от радости. И то сказать, Нуль на сцене — удача неслыханная! С таким озорником, поди, не соскучишься… К сожалению, выяснилось, что никаких проказ от Нуля на сей раз ожидать не приходится, потому что в этом балете он выступает в роли строгого пограничника, разделяющего Положительные и Отрицательные числа.

Чит спросил: а сам-то нуль к каким числам относится — к положительным или отрицательным?

— Ни к тем, ни к другим, — отвечала Ари, — хотя и к целым.

Тогда Чит разразился новым вопросом: а зачем вообще нужны отрицательные числа?

— Чтобы можно было вычесть из меньшего числа большее.

— Но какой болван станет вычитать из меньшего большее?

— Ты! — засмеялась Ари. — Допустим, уличный градусник показывает 6 градусов выше нуля. Между тем по радио сообщили, что к ночи температура воздуха понизится на 10 градусов. Какая

температура будет ночью?

— Четыре градуса мороза.

— Иначе говоря, четыре градуса ниже нуля, или просто минус четыре. Вот ты и вычел из шести десять, то бишь из меньшего числа большее, и получил отрицательное число «–4», которое, как и все отрицательные числа, меньше нуля.

Чит пренебрежительно хмыкнул. Выходит, отрицательные числа только для того и придуманы, чтобы измерять температуру? Но Ари сказала, что не только. Есть в математике такие задачи, где без отрицательных чисел не обойтись, и о них Чит узнает когда следует. А пока не пора ли ему перестать болтать языком и посмотреть наконец на сцену, где как раз начинаются действия с положительными и отрицательными числами.

Вот когда Чит убедился, какие строптивые эти отрицательные числа! Пожалуй, почище нуля. Всё-то у них не так, как у положительных. Начать с того, что положительное число чем дальше от нуля, тем больше, а отрицательное чем дальше от нуля, тем меньше. И вот почему сумма положительных чисел больше каждого из слагаемых, а сумма отрицательных меньше: $2^+ + 3^+ = 5^+$; $2^- + 3^- = 5^-$. Ведь число 5 отстоит дальше от нуля, чем 2^- и 3^-. Значит, оно меньше их.

То же и при вычитании. Когда из положительного числа вычитается положительное, разность меньше уменьшаемого: $8^+ – 3^+ = 5^+$. Когда же из положительного числа вычитается отрицательное, разность больше уменьшаемого: $8^+ – 3^- = 11^+$. То же и при вычитании из отрицательных чисел. Когда из отрицательного числа вычитается положительное, разность меньше уменьшаемого: $8^- – 3^- = 5^-$. А когда из отрицательного числа вычитается отрицательное, разность больше уменьшаемого: $8^+ – 3^+ = 5^+$.

Ещё более странные вещи происходят при умножении и делении. Ну, в том, что при перемножении и делении двух положительных чисел произведение получается тоже положительное, ничего удивительного нет: $3^+ \times 5^+ = 15^+$; $15^+ : 5^+ = 3^+$. То, что произведение и частное положительного числа и отрицательного есть число отрицательное, тоже понять можно. Потому что умножение — это ведь просто сложение одинаковых слагаемых: $3^- \times 5^+ = 3^- + 3^- + 3^- + 3^- + 3^- = 15^-$, а деление — действие, обратное умножению: $15^+ : 5^- = 3^-$. Но каким образом при перемножении и делении двух отрицательных чисел произведение и частное оказываются вдруг положительными: $3^- \times 5^- = 15^+$; $15^- : 3^- = 5^+$? Этого Чит так и не понял! Ари, правда, сказала, что тут он не одинок, поскольку

объяснить это и впрямь очень не просто. Так что пусть уж пока поверит ей на слово.

Чит так и сделал, тем более что на сцене в это время происходило нечто из ряда вон выходящее. Две Пятёрки — Положительная и Отрицательная — вышли из своих рядов и медленно двинулись навстречу друг другу под зловещий треск барабанов. Вот они уже почти у пограничной черты… Вот между ними появился знакомый толстый Плюс… Трррах! Раздался оглушительный взрыв. Зрители дружно ахнули… А когда дым от взрыва рассеялся, оказалось, что вместе с ним испарились и обе Пятёрки. Чит спросил: куда они подевались?

— Взаимно уничтожились, — вздохнула Ари. — Так всегда бывает при сложении отрицательных и положительных чисел, которые находятся на одинаковом расстоянии от нуля: $5^{+} + 5^{-} = 0$.

Проценты

Они вышли из театра и снова очутились на площади с балаганами. Здесь было по-прежнему шумно и весело. На лотках и в киосках громоздились всевозможные лакомства. Чего тут только не было! Конфеты, пирожные, фрукты. Особенно выделялся гигантский полосатый арбуз. Чит долго смотрел на него, а потом не выдержал и спросил, нельзя ли ему получить хоть кусочек?

— Пожалуйста, — любезно ответила Ари. — Но вместо кусочка проси один процент. Так уж здесь принято.

«Процент» оказался таким солидным, что Чит ушёл в него по уши. А когда вышел обратно, лицо его было сплошь перемазано арбузным соком. Это не помешало ему попросить ещё один процентик дыни. Но странное дело: вместо большого, толстого куска ему достался тонкий, как папиросная бумага. Чит так расстроился, что и есть не стал. Как же так: процент — один, а куски почему-то разные? Ари объяснила, что процент — одна сотая доля целого, принятого за сто единиц. А целое может быть всяким. И большим, и вовсе небольшим. Арбуз — громадный, дыня — маленькая. Не удивительно, что одна сотая арбуза не чета одной сотой дыни.

— А нельзя ли мне всё-таки получить кусок дыни побольше? — спросил Чит неприятным голосом.

— Можно. Но проси тогда, по крайней мере, 25 процентов. То есть четверть дыни.

— Отчего же так прямо и не попросить одну четверть?

— Твоя воля. Но вообще-то проценты иной раз удобнее, чем простые дроби. Вот, например, в одном классе успевающих учеников $^{3}/_{4}$, а в другом $^{8}/_{10}$. В каком классе успеваемость больше? Не знаешь? Конечно. Ведь знаменатели-то у них разные! А в процентах знаменатель всегда общий: 100. И сразу видно, что в одном классе успеваемость 75 процентов, а в другом — 80. Но оставим в покое успеваемость, — сказала Ари, указывая на лоток с пирожками. — Тут есть кое-что поинтересней.

Пирожки были и впрямь до того симпатичные, что Чит сразу слопал четыре и потянулся за пятым. Но Ари сказала, что он уже съел 20 процентов всех пирожков, и пятый достанется ему не прежде, чем он ответит, сколько пирожков осталось после его набега. Чит начал было пересчитывать их пальцем, но Ари повернула его спиной к лотку и потребовала, чтобы он решал задачу в уме. Тогда он стал «рассуждать логически» и пришёл к выводу, что если 20 процентов — это 4 пирожка, то 100 процентов в 5 раз больше. Иначе говоря, сперва на лотке было 20 пирожков: $4 \times 5 = 20$.

— И значит, теперь их осталось 16, — закончила Ари.

— Нет, пятнадцать, — засмеялся Чит и сунул в рот пятый пирожок.

Покончив с ним, он облизнулся и сказал, что проценты вообще-то штука вкусная, но название у них всё-таки непонятное. Пришлось Ари объяснить, что слово «процент» происходит от латинского «про цento» — «от ста». Слова эти вначале писали полностью: «pro cento». Потом их стали писать сокращённо: «procto». Затем «pro» отпало, но и «cto» писцы второпях писали так небрежно, что оно в конце концов превратилось в два кружка, разделённых косой палочкой. То есть в тот самый знак, которым обозначают проценты по сию пору: %.

— Подкрепился — пора и за работу! — сказала Ари и достала из кармана кубик. — Что это такое?

Чит снисходительно пояснил, что из таких кубиков он строил крепости в те давние времена, когда был маленьким.

— Надо понимать, теперь ты уже взрослый, — усмехнулась она. — Но коли так, пора тебе усвоить, что куб — геометрическое тело, все грани которого — квадраты. Не мешает также запомнить, что в кубе 6 граней, 12 рёбер и 8 вершин, а объём куба равен кубу его ребра.

— Могу и запомнить. Но зачем?

— Чтобы построить куб вдвое большего объёма.

Чит деловито поискал глазами: из чего строить-то? Из фанеры? Или из картона? Но Ари посоветовала ему, перед тем как приступать к строительству, хорошенько подумать, каковы должны быть размеры нового куба.

— Что ж тут думать? — легкомысленно отмахнулся он. — Взять да удвоить ребро прежнего. Вот тебе и удвоение!

— Ты полагаешь? Что ж, проверим, — покорно вздохнула она. — Если принять ребро нашего куба за единицу, то объём его также равен единице. Потому что $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$. Стало быть, объём нового куба должен быть равен двум. Но если удвоить ребро куба, как ты предлагаешь, то объём его будет равен двум в кубе. А 2^3 — это, к сожалению, 8, а не 2. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Чит недовольно поморгал белёсыми ресницами. Как ни странно, он очень не любил попадать впросак. Но тут ему пришло в голову, что если объём нового куба должен быть равен двум, то найти длину его ребра сущие пустяки: стоит лишь извлечь корень третьей степени или, как говорят, корень кубический из двух!

— Совсем другое дело, — расцвела Ари. — Но…

— Какие могут быть «но»? — зарычал он.

— Но в том-то и беда, что $\sqrt[3]{2}$ извлечь нельзя. То есть можно, конечно, но никакого точного числа при этом не получится.

— Выходит, удвоить объём куба вообще невозможно?

— Разумеется! — засмеялась она. — Это знали ещё древние греки.

— Что ж ты сразу не сказала! — окончательно рассвирепел Чит.

— Чтобы ты убедился в этом на собственном опыте, а заодно

познакомился с совсем особыми числами. С такими, значение которых нельзя выразить никаким целым и никаким дробным числом. Эти числа представляют длины таких отрезков, которые несоизмеримы ни с одной единицей измерения. К ним относятся известные уже тебе $\sqrt[3]{2}$, и $\sqrt{2}$, и $\sqrt{3}$, и $\sqrt{5}$ … Впрочем, таких чисел бесконечное множество, и называются они иррациональными, то есть несоизмеримыми — в отличие от соизмеримых, рациональных.

Последнее слово привело Чита в восторг: он узнал любимое выражение своего папы. Только и слышишь от него: «Воспитывать ребёнка надо рационально!.. Когда мы научимся рационально использовать время?.. В нашем доме понятия не имеют о рациональном питании…» Вот только при чём тут соизмеримость? Но Ари сказала, что ни при чём. Слово «рациональный» происходит от латинского «рацио» — «разум». Но одно и то же слово нередко имеет несколько значений. Вот и слово «рациональный» в обычном смысле означает «разумный», а в математическом — «соизмеримый»…

«Любопытно, знает ли об этом папа? — призадумался Чит. — Обязательно спрошу у него при случае».

Совершенные числа

На эту остановку они попали совсем не так, как на другие. Долго петляли по коридорам, пока не подошли к стене, густо увитой диким виноградом. Ари достала из кармана ключ, нащупала под листьями замочную скважину… Прозвенела нежная, короткая песенка замка… Потом потайная дверца в стене отворилась и впустила их в сад. Но какой! Такие бывают только во сне. Чит даже ущипнул себя, чтобы проверить, не спит ли он на самом деле.

— Что значит эта таинственность? — полюбопытствовал он.

— Только то, что мы попали к самым загадочным числам на свете, — ответила Ари. — К совершенным.

— Так вот почему здесь так красиво! — сообразил он. — Но чем эти числа отличаются от других?

— Тем, что равны сумме своих младших делителей. Вот хоть самое маленькое совершенное число 6. Какие у него делители?

— Один, два, три и шесть.

— Верно. Впрочем, 6 здесь не младший делитель. Младшие — те, что меньше самого́ числа. Сложи их — и получишь сумму,

равную шести, иначе говоря, самому́ числу: 1 + 2 + 3 = 6.

— Как просто! — удивился Чит. — Не понимаю, отчего ты называешь совершенные числа загадочными?

— Где совершенство, там и загадки. Отыскать совершенное число — настоящий подвиг! К IV веку до нашей эры их знали два: 6 и 28. Следующие два — 496 и 8128 — обнаружил Эвклид. Этот выдающийся древнегреческий учёный очень интересовался совершенными числами и даже указал, каким способом их отыскивать. Но сам при этом вычислил всего два. Следующее, пятое совершенное число — восьмизначное — нашлось только через восемнадцать столетий после Эвклида, в XV веке нашей эры; шестое и седьмое — в XVII… При этом с каждым вновь найденным числом значность их поднималась как на дрожжах. Восемнадцатое совершенное число содержит уже около двух тысяч знаков! Между прочим, число это получено в 1957 году с помощью электронно-вычислительной машины. И даже ей потребовалось для этого пять часов. А ведь такие машины считают молниеносно. Иная тратит полтора десятка секунд на то, что опытный математик вычисляет за год.

— Ого! — изумился Чит. — Теперь небось совершенных чисел пруд пруди, раз их отыскивают машины?

— Всего-навсего 24,— сокрушённо вздохнула Ари. — И это при том, что возможности вычислительных машин постоянно растут.

— В чём же дело?

— Ты забываешь, что попутно с возможностями машин возрастает и значность совершенных чисел, а следовательно, и сложность их проверки. Последнее из найденных, двадцать четвёртое совершенное число содержит свыше двенадцати тысяч знаков.

Ух ты! Чит прямо за голову схватился. Можно себе представить, сколько знаков окажется в двадцать пятом! Но Ари сказала, что как раз это представить себе нельзя. Да и только ли это? Кто, например, скажет, конечно или бесконечно множество совершенных чисел? И есть ли на свете нечётные совершенные числа? И каково, в свою очередь, их множество: конечно оно или бесконечно? Этого не знает никто.

— Даже ты? — не поверил Чит.

— Даже я, — спокойно призналась она. — Поистине, совершенные числа — самые загадочные, самые неуловимые. Наверное, потому их так чтили в старину. В Древней Греции самый уважаемый гость на пиру непременно находился на шестом месте от хозяина. Особый, божественный смысл придавали шестёрке пифагорейцы. Много размышлял о ней

древнегреческий философ Платóн. Таинственный смысл придавали древние и числу 28. Не случайно в академии поздних пифагорейцев было 28 членов. И заседали они в большом зале, окружённом двадцатью восемью отдельными комнатами… Как видишь, совершенные числа повлияли и на обычаи, и на верования, и на философию, и на архитектуру. А знаменитый средневековый учёный Алкуин связывал с ними даже судьбы человечества. На земле, говорил он, потому так много горя и зла, что после всемирного потопа род людской пошёл заново от восьми людей, спасшихся в ноевом ковчеге, а число 8, увы, к совершенным не относится. Чрезвычайно уважали совершенные числа и служители христианской церкви. Долгое время считалось, что для спасения души достаточно изучать совершенные числа. А счастливцу, который найдёт новое совершенное число, обеспечено вечное блаженство на небесах…

— Ну, это уж чепуха на постном масле! — не выдержал Чит.

— Вот и я так полагаю, — согласилась Ари.

— А зачем же рассказываешь?

— Затем, что так думали люди прошлого. А не зная прошлого, не построишь и будущего. И ещё затем, чтобы ты понял, как много значат числа в жизни людей. Хотя в разные времена это и проявляется по-разному.

Треугольник числовой

Что было! Чит попал на хоккей.

Играли команды с непонятными названиями: «Паска́лики» и «Ферма́тики». Ребята отличные! Но правила у них все-таки чудные. В обычном хоккее как? Там есть постоянные тройки нападающих, и меняются они по указанию тренера. Не то в команде «Паскаликов»! Здесь почему-то тройка каждый раз выбирается заново из восьми нападающих под номерами 1,2,3,4,5,6,7,8.

Чит, ясное дело, спросил, почему такой непорядок? Оказалось, тренер готовит «Паскаликов» к международному матчу и проверяет, какое сочетание игроков самое боеспособное. Для этого ему, видите ли, необходимо перепробовать все возможные сочетания из восьми по́ три. Таких сочетаний оказалось немало, но Чит их, конечно, не запомнил, потому что следил за игрой. А тут ещё тренер «Ферматиков» тоже искал наилучшее сочетание. Но уже не нападающих, а защитников. Их в

команде было шесть, а на поле, как и положено, постоянно находилась одна пара, зато каждый раз составленная из других номеров.

Когда матч окончился, Читу загорелось узнать, сколько раз сменялись нападающие у паскаликов и защитники у ферматиков.

Он ринулся было вслед за хоккеистами, чтобы расспросить их, а заодно получить автографы, но Ари сказала, что брать автографы не обязательно, а сосчитать, сколько было перемен, можно и самому. Чит стал перебирать варианты троек нападающих, но скоро запутался, разворчался и заявил, что у него от сочетаний голова распухла. Но Ари опять-таки сказала, что это не от сочетаний, а оттого, что он не знает правила, и нарисовала в блокноте ряд из восьми хоккеистов с номерами от единицы до восьмёрки.

— Нам нужно получить все возможные сочетания из восьми по три, — начала она. — Для этого отсчитаем три номера слева (1,2,3) и три справа (8,7,6). Теперь перемножим числа каждой тройки и разделим произведение правой на произведение левой: $(8 \times 7 \times 6)/(1 \times 2 \times 3) = 56$. Вот тебе и число сочетаний из восьми по́ три.

Это было так просто, что с числом сочетаний из шести по два Чит сладил сам. Он нарисовал шесть хоккеистов с номерами от единицы до шестёрки, отсчитал два номера слева (1,2), два справа (6,5), перемножил и разделил, что положено, и получил вот что: $(6 \times 5)/(1 \times 2) = 15$.

Совершив этот подвиг, он пожелал узнать, кто придумал такое расчудесное правило? Оказалось, сразу двое. Два

французских математика: Блез Паска́ль и Пьер Ферма́. Причём каждый сам по себе и в одно и то же время.

Теперь стало ясно, отчего команды называются «Паскаликами» и «Ферматиками». Куда труднее было понять, каким образом одно и то же правило пришло в голову одновременно двум незнакомым людям. Но Ари сказала, что не такие уж они незнакомые. Положим, встречаться им и впрямь не приходилось. Но жили они в одни и те же годы XVII века, интересовались одними и теми же математическими вопросами и не раз обменивались мнениями в письмах. Долго ли тут додуматься до одного и того же? Так что случайностью это не назовёшь! Хотя занимались Ферма и Паскаль именно наукой о случайностях…

— Теорией вероятностей? — вспомнил Чит.

— Да, той самой, с которой ты познакомился на остановке «Жребий».

— А сочетания при чём?

— Видишь ли, сочетаниями занимается комбинаторика — есть такой важный раздел математики. А комбинаторика в тесной дружбе с теорией вероятностей. Ведь если разобраться, чего добивались тренеры в нынешнем матче? Искали наиболее, удачное сочетание нападающих и защитников. А для чего? Чтобы повысить вероятность выигрыша. Следовательно, вероятность удачи зависит от того, насколько удачно скомбинированы игроки. Улавливаешь связь?

Чит важно кивнул. Он чувствовал себя необыкновенно образованным! Теперь ему ничего не стоит вычислить любое число сочетаний… Но Ари — ох уж эта Ари! — неожиданно объявила, что всё уже вычислено заранее, и достала из кармана листок с числами, выстроенными треугольником.

— Видишь этот числовой треугольник? Так вот, любое число в нём есть какое-нибудь число сочетаний.

— Но ведь в этом треугольнике всего десять строк, — сказал Чит, взглянув на номер нижней строки.

— Одиннадцать, — поправила Ари. — Первая строчка нулевая, так же как и первый слева наклонный ряд единиц.

— Пусть нулевая, — упрямо боднул головой Чит. — Но самое большое число здесь 252. А если мне понадобится большее?

— Подумаешь! Возьмёшь да продолжишь треугольник на столько строк, сколько потребуется. Это совсем не трудно: каждое число в строке равно сумме двух чисел предыдущей строки, между которыми оно расположено. Так, число 21 в строке № 7 равно сумме чисел 6 и 15 из строки № 6. Ясно?

— Ясно. Но ты не сказала, как искать нужное число

сочетаний в этом треугольнике.

— Спасибо, что напомнил. Возьмём, к примеру, всё то же число сочетаний из восьми по́ три. Чтобы найти его, достаточно заглянуть в строку № 8 и отсчитать четвёртое число слева (помня, что первое число слева нулевое). А это, как видишь, и есть 56.

— Любопытно.

— Это что! В треугольнике Паскаля любопытных свойств много. А я познакомила тебя только с одним, хотя и самым главным…

— А почему ты называешь этот треугольник именем Паскаля?

— Потому что именно Блез Паскаль исследовал его свойства. Но на подробное знакомство с ними в первом маршруте, к сожалению, времени не отпущено. Так что потерпи до другого раза.

Уравнение —

так называлась следующая остановка, и Чит всё гадал, что там уравнивают? Паркет? Асфальт? Или песок на дорожках? Но то, что здесь тянут канат, ему и в голову не приходило.

На ярко-зелёном газоне собрались две стайки чисел — одни в белых, другие в пёстрых, полосатых майках, за что Чит немедленно окрестил их белопузиками и полосатиками. Тут же околачивалось несколько Плюсов и двое судей: знак Равенства и знак Больше-Меньше, очень, кстати, похожий на рогатку без ручки.

Сперва мерялись силами белопузики Тройка и Пятёрка и полосатики Двойка и Семёрка. Перетянули полосатики, после чего участники состязания выстроились в ряд и вместе с Плюсами и судьёй Больше-Меньше образовали такое выражение: $2 + 7 > 3 + 5$.

Потом тянули кота… то есть канат за хвост целая куча белопузиков — Единица, Двойка, Тройка, Четвёрка, Пятёрка и Шестёрка и один-единственный полосатик Двадцать Пять, который тем не менее пересилил. На сей раз Больше-Меньше

услужливо поворотил свою рогатку вправо, раструбом к победителю; и Чит, подсчитав сумму белопузиков, с удовольствием отметил, что судья честен и справедлив: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 < 25$.

Следующий результат был ничейным, потому что сумма белопузиков и сумма полосатиков оказались одинаковыми. Наверное, поэтому игру судил не Больше-Меньше, а знак Равенства, который весьма убедительно доказал, что $3 + 7 + 5 = 6 + 9$.

— Так это и есть уравнение? — спросил Чит.

— Пока что только равенство, — возразила Ари.

— Можно подумать, равенство и уравнение — не одно и то же!

— Уж конечно. Всякое уравнение — равенство, да не всякое равенство — уравнение. В уравнении непременно есть какое-нибудь неизвестное, которое надо сделать известным. Это и значит решить уравнение…

— Погоди, Ари, — возбуждённо перебил Чит, указывая на новую группу соревнующихся, — что тут делает буква «ха»?

Но оказалось, что никакое это не «ха», а латинское «икс» — одна из тех букв, которыми принято обозначать неизвестное число в уравнении.

«Эге! Стало быть, уравнение не за горами», — подумал Чит.

Теперь за канат ухватились с одной стороны белопузики Икс и Пятёрка, с другой — солидное полосатое Двенадцать. Тянули они, надо сказать, на совесть, даже покраснели от натуги. Только зря: партия всё равно окончилась вничью. Но с этой минуты всё пошло не так, как прежде. Кто-то из полосатиков крикнул:

— Пятёрку с поля долой!

— Долой, долой! — подхватили остальные полосатики.

Но белопузики заявили, что уберут Пятёрку только в том случае, если и полосатики выставят бойца на пять единиц меньше.

После недолгого совещания судьи решили вопрос в пользу белопузиков. И вот один конец каната держит Икс, а другой — Семёрка. Канат, впрочем, с места не сдвинулся, и все поняли, что $x = 7$.

Чит хлопал так, что чуть ладони не отбил. Очень уж ему

понравилось, как просто решаются уравнения. Но Ари сказала, что в этом вопросе не мешает разобраться получше, и отвела его в сторонку. Потом она вынула блокнот, написала «$x + 5 = 12$» и приступила к объяснениям.

— Перед нами уравнение с одним неизвестным. Как его решить? Прежде всего, оставим икс в одиночестве или, как говорят математики, уединим его по одну сторону равенства. В нашем уравнении для этого достаточно уменьшить обе части равенства на 5, отчего равенство, естественно, не нарушится. Итак, что же у нас получится? $x + 5 - 5 = 12 - 5$. Но пять минус пять, как известно, равно нулю. Таким образом, в левой части равенства остаётся только икс, а в правой — двенадцать минус пять, что равно семи. Теперь ясно, что вычитать одно и то же число из обеих частей равенства вовсе ни к чему. Достаточно перенести пятёрку из левой части в правую, но с обратным знаком: $x + 5 = 12$; $x = 12 - 5$. Вот так и решаются уравнения первой степени.

— А есть и второй?

— И второй, и выше. Но говорить о них пока рано.

— Вечная история! — надулся Чит. — А о том, что такое вообще уравнение, говорить не рано?

— В самый раз. Уравнение — математическая запись любой словесной задачи, в которой надо вычислить неизвестное.

— Выходит, прежде чем решать уравнение, надо его ещё и составить?

— Непременно. Иначе нечего будет решать. Возьмём такую задачу. Команда белопузиков вдвое больше команды полосатиков. Если число белопузиков уменьшить на десять, а число полосатиков увеличить на пять, численность обеих команд станет одинаковой. Сколько участников в каждой команде?

Ари взглянула на Чита, но так как никаких сообщений от него, судя по всему, не ожидалось, продолжала:

— Прежде всего что примем за икс? Какое из двух неизвестных: число белопузиков или полосатиков? Удобнее,

пожалуй, полосатиков — их меньше. Тогда белопузиков — $2x$: ведь их вдвое больше! Чтобы уравнять обе команды, по условию следует от $2x$ отнять 10, а к иксу прибавить 5. Вот тебе и уравнение: $2x - 10 = x + 5$. Остаётся решить его. Для этого…

— Нет, нет, я сам! — расхрабрился Чит. — Прежде всего уединим иксы. Для этого икс из правой части перенесём в левую с обратным знаком, то есть с минусом, а минус 10 из левой части в правую со знаком плюс. Выходит, $2x - x = 5 + 10$. Отсюда $x = 15$, а $2x = 30$. Значит, белопузиков было 30, а полосатиков — 15. Скажешь, нет?

— Скажу — молодец! — растрогалась Ари. — По-моему, ты заслужил поощрительную премию. Что тебе подарить?

— Кролика! — не задумываясь брякнул Чит. — Я уже давно прошу, а дома не позволяют.

— Будь по-твоему, — сказала она, и глаза её лукаво блеснули.

Фибоначчи и его числа

Чит получил свою длинноухую премию. Собственно, он мог бы получить не одного кролика, а много больше: ферма, куда привела его Ари, просто кишела ими! Кролики то и дело подворачивались ему под ноги, падали на голову — словом, сыпались отовсюду, как какая-нибудь гречневая крупа; и Чит вдруг подумал, что кролики симпатичные ребята, но не тогда, когда их так много!

Но тут он заметил вывеску: «Кроличья ферма имени Фибоначчи». Странная фамилия так насмешила Чита, что он забыл про кроликов. Он повторял её на все лады и даже сочинил что-то вроде песенки: «Фибоначчи, Фибоначчи, как зовут тебя иначе?» И надо же! Оказалось, у Фибоначчи и вправду есть другое имя — Леона́рдо, и он вовсе не кролиководм, а итальянский математик, живший в XIII веке в городе Пизе. А Фибоначчи не фамилия его, а прозвище, которое в переводе на русский означает «Сын добряка». Леонардо унаследовал его от отца, которого звали просто Бона́ччи, без «фи», то есть без «сына», потому что «фи» — это сокращённое итальянское «филио» — «сын».

Пизанский купец Боначчи был и в самом деле человеком не злым, да и не глупым. Он хотел, чтобы его «филио» тоже пошёл по торговой части. А так как торговому человеку надо хорошо считать, Боначчи отправил Леонардо учиться счётному делу на

Восток.

В те глухие времена европейская наука чахла под властью христианской церкви. На Востоке зато было чему поучиться! Именно туда бежали от преследований христианских церковников греческие учёные — представители великой древнегреческой науки. Там бережно хранились уцелевшие труды греческих мыслителей, воспреемниками которых стали арабские учёные…

Много стран повидал Леонардо: Египет, Вавилон, Сирию, Грецию, возможно, даже Индию… Вернулся он в родной город бывалым, образованным человеком. Купца, впрочем, из него не вышло: он стал математиком. Но жалеть об этом не приходится! Леонардо написал несколько замечательных научных сочинений, в том числе знаменитую «Либер абáчи» — книгу о счёте. Он не только впитал всё самое ценное из восточной математики, но и обогатил науку собственными изысканиями. Много стараний приложил он и к тому, чтобы в Европе, взамен шестидесятеричной системы счисления, утвердилась наконец более удобная десятичная. Это был поистине самый крупный европейский математик средневековья…

— Любопытно, — привычно изрёк Чит, когда Ари умолкла. — Но одного я всё-таки в толк не возьму: при чём тут кролики?

— В самом деле, — улыбнулась она, — пора бы в этом разобраться. Понимаешь, есть у Леонардо одна задача, где спрашивается, сколько пар кроликов родится за год от одной пары, если по условию в первый месяц своей жизни пара таких кроликов всегда бездетна, новая пара от них появляется в конце второго месяца, а затем уже ежемесячно. То же происходит с каждой вновь народившейся парой. Так вот, если изобразить всё это в числах, получится интересный числовой ряд, где каждое последующее число равно сумме двух предыдущих: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34… И так далее, до бесконечности.

Чит недоуменно пожал плечами. Ряд как ряд! Что в нём интересного?

— Не скажи, — живо возразила Ари. — У чисел Фибоначчи (так их теперь называют) куча удивительных свойств. Взять, например, дерево — из тех, что ветвятся ежегодно. Если на втором году жизни у него два ответвления, то на третьем их уже будет три, на четвёртом — пять, на пятом — восемь, на шестом — тринадцать и так далее. А ведь всё это числа Фибоначчи! С тем же рядом связано и расположение листьев на ветке, и количество завитков, образованных семечками подсолнуха, чешуйками сосновой шишки или ананаса… Как видишь, природа широко пользуется числами Фибоначчи.

— А люди? — неожиданно выпалил Чит. — Они-то ими пользуются?

— Где людям угнаться за природой! Долгое время о числах Фибоначчи просто не знали. Но и потом они оставались безработными много столетий. И только в нынешнем, двадцатом веке им нашлось наконец дело. Во-первых, подобно булевой алгебре и теории множеств, числа Фибоначчи используются в вычислительных и думающих машинах. Во-вторых, с их помощью были решены некоторые математические задачи. Ну да о них ты узнаешь в своё время. Как ещё сработает этот удивительный числовой ряд, сказать трудно. Ясно одно: бесполезных открытий не бывает.

Хитрые рассуждения Зенона

— Завернём на минутку в Древнюю Грецию? — предложила Ари.

— Пошли! — сказал Чит.

И вот они в прохладном греческом дворике с каменной надписью на воротах: «Зено́н из Эле́и». Здесь, в тени оливкового дерева, стоял древний грек среднего возраста. У ног его лежал деревянный шар, который он пинал деревянным же молотком. Но шар почему-то оставался на месте, как приклеенный. Чит спросил, в чём дело, и Зенон (а это был именно он) заявил, что шар нипочём не покатится.

— Да почему же? — недоумевал Чит.

— Потому что всякое движущееся тело непременно должно преодолеть середину пути, прежде чем достигнет его конца.

— Ну и что же?

— А то, что середина — это половина пути, а у этой половины есть своя половина, то есть четверть пути. Так ведь? А у четверти — своя половина: восьмая пути. У восьмой, в свою очередь, своя: одна шестнадцатая…

— Я вижу, конца этим половинам не предвидится, — перебил Чит.

— В том-то и дело! — обрадовался Зенон. — И стало быть, шар никогда не достигнет следующей половины, так как не преодолел предыдущей. Из чего следует, что никакого движения в природе попросту нет.

— Вы это серьёзно? — удивился Чит.

— Серьёзней некуда, — подтвердил тот. — Разве я не доказал это строго логически?

— Странная у вас логика, — съязвил Чит, вспомнив любимое

выражение своей мамы, и несколько раз обежал вокруг Зенона. — Может, и теперь скажете, что движения нет?

— И скажу, — упёрся Зенон. — Недаром это вытекает из моей знаменитой апории.

Чит, конечно, немедленно спросил, что такое апория? Оказалось по-гречески — это «непреодолимое препятствие», и таких «препятствий» у Зенона четыре. В самой своей известной апории он доказывает, что быстроногому Ахилле́су ни за что не догнать медлительной черепахи. Остальных апорий Чит не запомнил, но с него было довольно и двух.

Под конец он выхватил у Зенона молоток, хорошенько наподдал шар, и тот благополучно врезался в противоположную стену дворика, единым духом преодолев всё бесконечное множество середин.

— Не понимаю! — сказал Чит, когда они покинули Древнюю Грецию и двинулись к следующей остановке. — Кажется, умный человек, а занимается глупостями…

— Ты хочешь сказать, ошибается, — мягко поправила Ари. — Да, Зенон, конечно, ошибался. А скорее всего, увлекался хитроумными логическими построениями, основанными на трудно уловимом противоречии. Такие построения, между прочим, называются софизмами… Но так или иначе, он был первым учёным, представившим себе бесконечно малую величину — то есть такую, которая непрерывно стремится к нулю. Выходит, он предвосхитил появление нового понятия, утвердившегося много столетий спустя, в XVII веке. Открытие бесконечно малых величин вызвало целый переворот в науке. Оно помогло решить многие, до тех пор неразрешимые задачи. При этом практическое применение математики очень расширилось.

— Оказывается, полезными бывают и ошибки, — пошутил Чит. — Но в чём, кстати, ошибка Зенона? Этого я так и не понял.

— Видишь ли, рассуждение Зенона построено на том, что сумма бесконечного ряда дробей, которыми записаны отрезки пути, и сама бесконечна. На самом деле бесконечно здесь лишь число слагаемых, а не их сумма: $^1/_2 + ^1/_4 + ^1/_8 + ^1/_{16} + ^1/_{32} + ^1/_{64}$… И в то время как слагаемые ряда стремятся к нулю, сумма их стремится к единице, то есть к величине всего пути. Ясно?

— Не очень, — честно признался Чит.

— Что делать! Поймёшь в своё время.

Цифровые (счётные) устройства

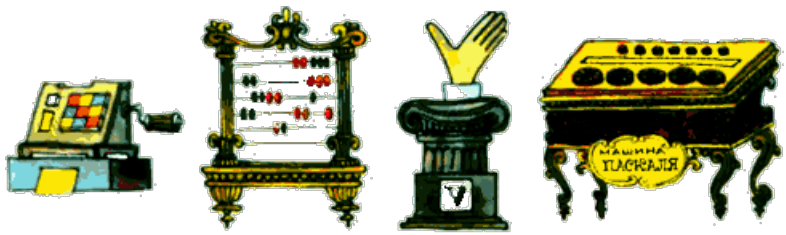
Прямо из Древней Греции — страны муз — Чит попал в музей. Но вместо картин и статуй тут были собраны счётные приборы и машины. Самым древним прибором оказались… пальцы.

Чит увидел чёрную бархатную ширму — как в кукольном театре. Но вместо кукол над ширмой двигались руки с растопыренными пальцами. Пальцы считали вовсю, но чаще всего действовали разом: одна пятерня — 5, две —10. Когда рук не хватало, над ширмой выскакивала нога, а то и две. Две руки и одна нога — 15, две руки и две ноги — 20…

Да, устройство человеческих конечностей сыграло немалую роль в истории счёта! Иные учёные полагают, что римская буква V, которая служит также цифрой 5, имеет форму пятерни с оттопыренным пальцем. А буква X — она же цифра 10 — не что иное, как две соединённые пятерни.

Следы счёта на пальцах сохранились во многих странах. В Китае и Японии предметы домашнего обихода (чашки, тарелки и т. д.) считают не дюжинами и полудюжинами, как в России, а пятка́ми и десятками. Во Франции и в Англии поныне в ходу счёт двадцатками (вспомним двадцатеричную нумерацию племени майя!). Но десятку повезло больше всех: он стал основой десятичной позиционной системы счёта, а ею пользуются почти во всём мире.

Целый зал занимали счёты разных времён и народов. Деревянные, костяные, бронзовые. Затейливые и неприхотливые. Богатые и бедные, грубо сработанные. Но, несмотря на такое разнообразие, Чит вышел отсюда с твёрдым убеждением, что счёты — это обычно рама со стерженьками, на которые нанизаны бусины. Каждая бусина — цифра, числовое значение которой зависит от того, на какой перекладине, то бишь в каком числовом разряде она находится. Как правило, счёты предназначены для вычислений в десятичной нумерации. Но более древние китайские счёты рассчитаны на счёт пятка́ми, который старше счёта десятками.



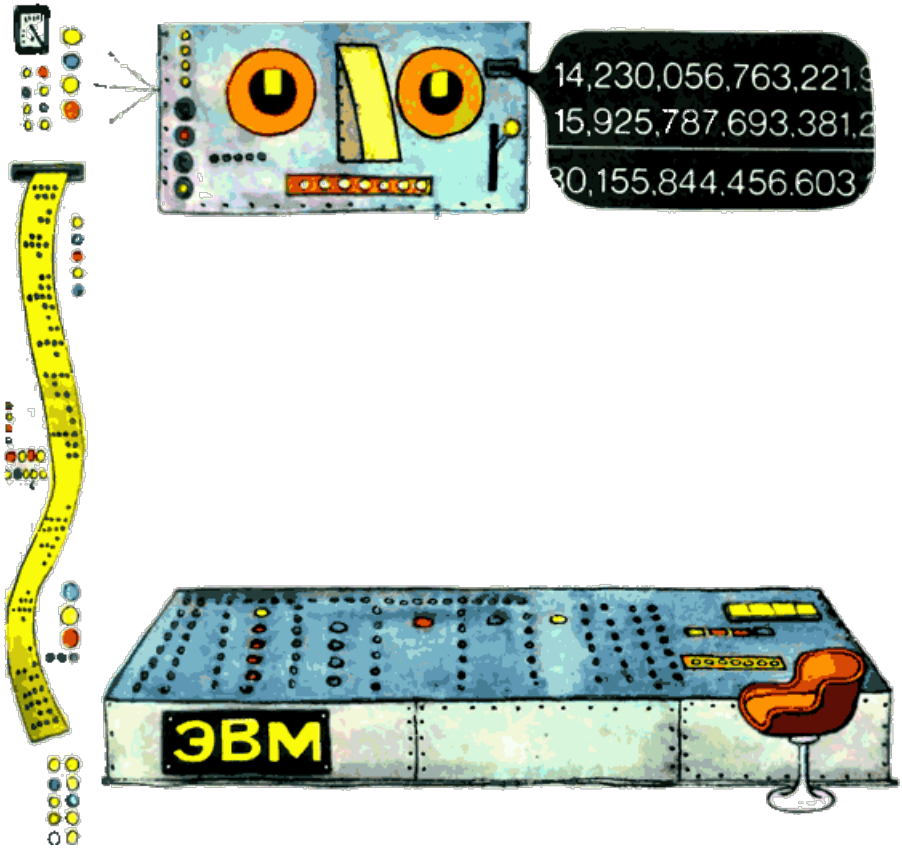
В давние времена считали также на счётных досках. Счётная доска абáк (нередко она имела форму столика) была разделена на полоски-разряды, которые дужками объединялись в классы, по три разряда в каждом. Считали на абаке, выкладывая на доску бобы, косточки, камешки.

Потом Чит увидел табличку «Зал имени Паскаля» и очень обрадовался знакомой фамилии, связанной для него теперь с числом сочетаний и, как это ни смешно, с хоккеем. Выяснилось, однако, что Блез Паскаль не только математик, но и физик, механик, изобретатель первой счётной машины, к тому же одарённый писатель и человек сильного характера. Подумать только: хилый, болезненный юноша сделал свою машину чуть ли не собственными руками!

Чит подумал было, что у Паскаля не было денег на хороших

мастеров. Но деньги-то как раз были. Просто затея Паскаля требовала такой точности исполнения, какой мастера того времени ещё не владели. Не было тогда и подходящих материалов. Блез перепробовал самые дорогие: медь, слоновую кость, драгоценное эбе́новое дерево… Он создал свыше пятидесяти моделей, но все они были дороги, сложны в работе, часто ломались. Лишь в воображении изобретателя машина была легка, прочна, считала безотказно. Но и это, если вдуматься, не так уж мало! Дело ведь не в том, насколько удалось или не удалось Паскалю претворить свой замысел в жизнь. Дело в самом замысле — а он, особенно по тем временам, был и нов, и плодотворен. Об этом можно судить по тому, как много последователей появилось у изобретателя и у его машины уже в том же XVII столетии.

Паскаль отказался от прямолинейного движения, на котором основаны обыкновенные счёты, и обратился к вращательному, круговому. Он использовал принцип часового механизма с его зубчатой передачей. Колёса в машине были с десятью зубцами — по числу цифр в каждом разряде, и вот почему Паскаль признан прародителем большинства счётных устройств, которые применяются и в наши дни. Всевозможные кассовые аппараты, арифмометры, электросчётчики, счётчики такси — все они работают на паскалевом принципе. Хотя по качеству и по конструкции ни в какое сравнение со своими далёкими предшественниками не идут. Техника XX века — не техника XVII! Чит убедился в этом, миновав ряд комнат, уставленных счётными экспонатами самого разного назначения. Но вот они достигли зала с табличкой «ЭВМ», и Чит оказался с глазу на глаз с громадным элегантным красавцем. Впрочем, глаз у красавца было много. Они вспыхивали, гасли. Казалось, машина подмигивает Читу: «Что, брат, здо́рово? Это тебе не арифмометр!»



Да, электронно-вычислительная машина и впрямь не арифмометр. Это механизм нового типа, быстродействующий, основанный на электронике, на кибернетике. За несколько часов он делает то, на что человеку и целой жизни не хватит. Работать на таких машинах не просто. Надо уметь давать им толковые задания, точную программу действий. Программируют их на условном, цифровом языке, который очень похож на игру в «да — нет». Причём роль «да» исполняет единица, а роль «нет» — нуль. Чит засомневался: неужто двух цифр достаточно, чтобы разговаривать с таким гигантом? Оказывается, вполне. Ведь что делает машина? Выбирает правильный вариант ответа. А выбрать один вариант из двух небось проще, чем один из нескольких. Вот почему цифровая беседа с ЭВМ ведётся в двоичной системе счисления.

Двоичная система? Чит о такой и не слыхивал! Но Ари сказала, что системы счисления могут быть всякие. Троичная. Семеричная. Даже единичная… В общем, в зависимости от того, какое число принято за основу. Основа двоичной системы — число 2, поэтому участвуют в ней, как уже сказано, только первые

две цифры: 0 и 1. Это такая же позиционная система счёта, как десятичная и шестидесятеричная. Только каждый последующий разряд здесь больше предыдущего не в 10 и не в 60, а в 2 раза. Например, запись 101 в двоичной системе расшифровывается так: $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$.

Чит, как водится, немедленно забыл об ЭВМ и захотел поупражняться в расшифровке. Но Ари оставила это до «Щ», после чего они ещё немножко походили по музею и отправились дальше.

Числа именованные

Что может быть лучше смешной, весёлой «мультипликашки»? Чит запрыгал от радости, когда узнал, что они идут в кино. Он очень рассчитывал посмотреть новую серию «Ну, погоди, заяц!» и не просчитался. Правда, картина называлась «Ну, погоди, лодырь!», но это мало что меняло: ведь главными действующими лицами там были всё равно Волк и Заяц. Вернее, Зайчонок младшего школьного возраста.

Зайчонок бездельничал, то и дело прогуливал уроки и потому вечно ничего не знал. Учитель Волк так и спрашивал его у доски: «Ну-с, чего ты не знаешь сегодня?» И Зайчонок всегда честно говорил, чего он не знает: таблицы умножения или там ещё чего.

— И не стыдно тебе? — спрашивал Волк.

— Не-а! — так же честно отвечал Зайчонок.

Так он благополучно проходил… то есть прогуливал школьную программу. Но вот в один далеко не прекрасный день он не знал, что такое именованные числа и как с ними обращаться. Другие зверюшки давно уже усвоили, что именованными называются числа, которыми записывают количество каких-либо предметов: лампочек, апельсинов, шкафов… Словом, чего угодно. Ещё они усвоили, что складывать и вычитать разноименованные числа строго воспрещается. Лампочки, например, можно складывать с лампочками, шкафы со шкафами, а уж лампочки со шкафами — ни-ни! Разумеется, ленивый Зайчонок всё это пропустил мимо ушей. А тут ещё, как на грех, стало ему стыдно. Никогда не было, а теперь вдруг стало!

— Ничего-то я не умею, ни умножать, ни делить, — пригорюнился он. — Научусь хоть складывать, что ли…

И пошёл в лесной склад. А там чего только нет! И животные со всех концов света, и одежда, и лакомства, и всякие игрушки… В общем, что угодно для души!

«Что бы мне такое сложить? — задумался Зайчонок. — Ботинки с ножницами? Или морковки с черепахами? А, да что там! Сложу что придётся!»

И давай трудиться! Складывает, складывает, по сторонам и не смотрит. Наконец умаялся, утёр лоб… Поднял глаза — и обмер: это что же за чудища вокруг? Он таких сроду не видывал. Одни вроде бы на ослов смахивают, да вместо ушей у них лыжи. Другие — на быков, только сплющенных, выгнутых куполом и надетых на палки от зонтиков. У слонов не хоботы, а шланги от

пылесосов. У журавлей не крылья — носовые платки. Машут ими, а взлететь не могут. У чайников вместо носиков гусиные шеи, из клювов раскрытых пар валит…

Зайчонок за голову схватился. Неужто всё это его работа, его «сложение»? А чудища наступают на него, ревут, гогочут — вот-вот, разорвут на куски! Зайчонок плачет, прощенья просит. Никогда, мол, больше не буду складывать гусей с чайниками и слонов с пылесосами…

Но жертвы неправильного сложения слезам не верят. Пусть Зайчонок вернёт им нормальный вид, не то… ну, погоди, лодырь! К счастью, тут подоспел учитель Волк (он же завскладом по совместительству), сказал: «Шуру́м-буру́м!» — и всё уладилось. Слоны получили свои хоботы, ослы — уши. Журавли поднялись в воздух; быки, избавившись от ненавистных палок, брякнулись на́земь. А Зайчонок поблагодарил своего спасителя Волка и обещал исправиться.

Тут все герои фильма пустились в пляс и запели песенку, очень, надо сказать, поучительную:

Сложенье — вещь отличная
И, право же, простая.
Его мы вычитанию
Не зря предпочитаем.

Но не ищи в сложении
Ни радости, ни смысла,
Коль складываешь разно-
Именованные числа.

Различные животные
И разные предметы,
Слагаясь, превращаются
В ни то, ни сё, ни это.

На свете появляются
Ужасные гибриды,
И нам сносить приходится
Ужасные обиды.

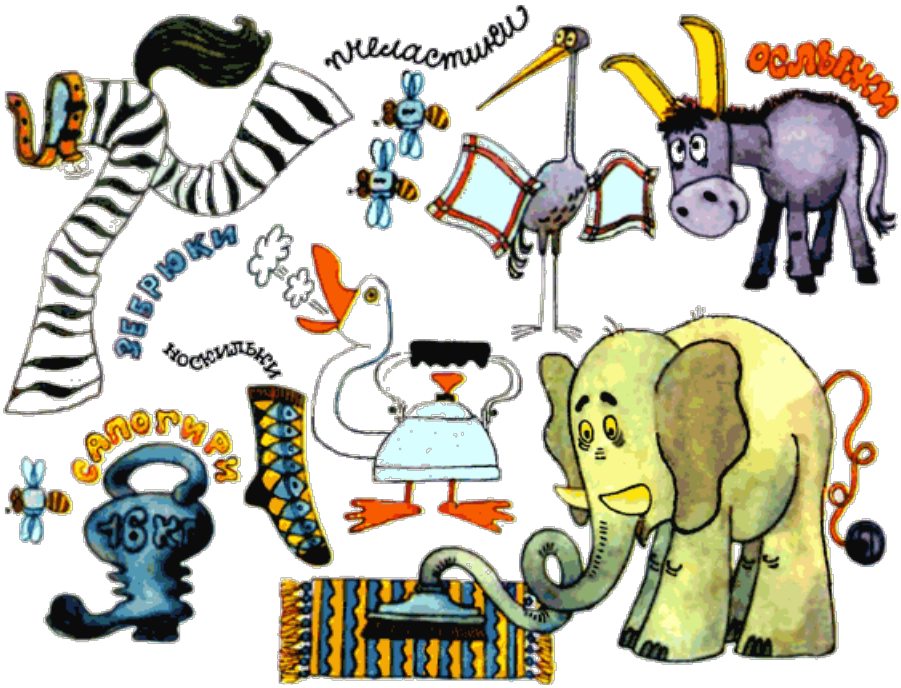
Всю ночь гиппопотапочки
Топочут по квартире,
А утром ноги всовывай
В литые сапогири,

Воюй с кенгурубашкою.
Что не даётся в руки,
И укрощай строптивые,
Брыкливые зебрюки.

Вокруг тебя беснуются.
Теснятся ближе, ближе
Свирепые бизонтики,
Упрямые ослыжи,

Носкильки и чермыльницы.
Худые книгалоши,
Кусачие пчеластики
И хрупкая стеклошадь.

Нет, не ищи в сложении
Ни радости, ни смысла,
Коль складываешь разно-
Именованные числа!



Читу песенка понравилась, и он запомнил её от слова до слова. Зайчонок, надо надеяться, тоже.

Шифр

Едва история с зайцем благополучно закончилась, как выяснилось, что пропал кролик. После долгих поисков Чит нашёл его в цветнике перед зданием кинотеатра. Кролик безмятежно поедал дорогие декоративные колючки. Испугавшись, что у кролика будет аппендицит, Чит великодушно отказался от своей премии и вернул её на ферму имени Фибоначчи. Ари тоже не сомневалась, что в привычной обстановке кролику будет лучше, но всё-таки не удержалась и сказала довольно ядовито, что, судя по всему, кроликовода из Чита не выйдет. Тот, впрочем, и ухом не повёл: не выйдет — и не надо. Он вовсе писателем хочет стать.

Ари насмешливо прищурилась.

— Думаешь, писать книги легче, чем ухаживать за кроликами? Ничуть не бывало. Даже самое простое предложение «Я хочу стать писателем!» может прозвучать совершенно по-разному — стоит только поменять слова местами!

Чит, конечно, сейчас же пустился проверять. И странное дело: с каждой новой перестановкой фраза и впрямь неуловимо менялась. «Хочу я стать писателем!» звучало мечтательно и задушевно, а «Стать писателем я хочу…» — неуверенно, словно бы за этим последует: «Но вот удастся ли?» «Хочу писателем я стать!» смахивало на строчку из развесёлого детского стихотворения, а «Стать писателем хочу я!» — на признание напыщенного индюка. Выходит, от порядка слов зависит не только характер фразы, но и характер того, кто её произносит?

Тут было над чем поразмыслить, и Чит хотел продолжать, но Ари спросила: уж не собирается ли он перепробовать все 24 перестановки?

— Почём ты знаешь, что их 24? — подозрительно спросил он.

— Потому что в этом предложении четыре слова. А вычислить число перестановок, или, как это называется, факториа́л четырёх, — сущие пустяки. Надо перемножить натуральные числа от единицы до четвёрки. Факториал, кстати, обозначается восклицательным знаком. И выглядит это так: $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.

— А если в предложении десять слов?

— Тогда надо найти факториал десяти, то есть перемножить все числа от единицы до десяти. Причём получится… — Ари пошевелила губами, — получится три миллиона шестьсот

двадцать восемь тысяч восемьсот перестановок.

После этого становиться писателем Читу вдруг расхотелось. Лучше уж быть математиком! Как-никак перемножить числа от единицы до десяти легче, чем отобрать один вариант предложения из трёх с половиной миллионов…

— Математиком так математиком, — согласилась Ари. — Но тогда надо тебе знать, что перестановки, так же как и сочетания, с которыми ты уже знаком, — один из видов соединений, которыми ведает комбинаторика. Только, в отличие от сочетаний, в каждой перестановке участвуют все элементы разом — будь то числа, предметы или слова. И обязательно в новом, ином порядке.

Чит подумал было, что перестановки используются главным образом в писательском деле. Но Ари лишь посмеялась. По её словам, перестановки играют не последнюю роль в теории вероятностей: ведь её с комбинаторикой водой не разольёшь! Но здесь, пожалуй, самое время поговорить о шифре.

— Наконец-то! — ликовал Чит. — Сейчас пойдут шпионские истории.

Но Ари сказала, что шпионских историй он, поди, и так слышал больше, чем следует. Наверняка знает он и о том, что шифр — условный, чаще всего цифровой язык, которым пользуются тогда, когда хотят что-нибудь основательно засекретить. О том, что придумать шифр всё-таки легче, чем расшифровать, можно тоже не упоминать…

— Зачем тогда вообще было приходить на эту станцию, если про шифр я и так всё знаю? — вскипел Чит.

— Только затем, что поиски ключа к шифру нередко связаны с перестановками, — спокойно объяснила Ари и подвела его к двери, на которой было шесть клавиш с цифрами от единицы до шестёрки.

Дверь, как выяснилось, ведёт на следующую остановку и откроется лишь в том случае, если Чит нажмёт все шесть клавиш в определённом, зашифрованном порядке. Конечно же, ничего из этого не вышло: Чит быстренько вычислил факториал шести ($6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$) и, узнав, что ему предстоит сделать 720 перестановок, сдался без боя.

Но тут ему пришла в голову гениальная идея. Теперь он знает, что сделает, если Галка Трёпикова снова вздумает клянчить у него номер телефона. Назовёт ей семь цифр своего номера, да не в том порядке. Пусть ищет правильный!

— Но ведь это же 5040 перестановок и 35 280 поворотов диска! — ужаснулась Ари.

— Тем лучше, — сказал Чит непреклонно. — По крайней мере отучится трещать по телефону часами.

Как и надо было ожидать, дверь на следующую остановку открылась и без вмешательства Чита — недаром тут была Ари! Но ничего интересного за ней не оказалось, если не считать классной доски. Впрочем, для решения задач, отложенных до «Щ», больше ничего и не требовалось!

— Начнём с начала, — сказала Ари и напомнила условие первой задачи. — По плану на остановке «Дробные числа» мы должны были пробыть полчаса, а пробыли $^5/_6$ этого времени. Сколько времени осталось у тебя на решение этой задачи?

— Не знаю, — хмуро пробурчал Чит.

— Зато я знаю, почему ты этого не знаешь. Потому что обращаться с дробями ещё не умеешь, а способ решения выбрал как раз такой, где без этого не обойтись. Ты искал $^5/_6$ от $^1/_2$. Верно?

— Угу, — кивнул он.

— Но для этого надо $^1/_2$ сперва разделить на 6, а потом умножить на 5. Куда проще перевести полчаса в минуты, что составляет 30 минут, а потом найти $^1/_6$ от тридцати, что, само собой, равно пяти.

— В общем, на решение у меня было 5 минут, — сказал Чит.

— Ровно в пять раз больше, чем требовалось, — съязвила Ари.

Но Чит сделал вид, что не слышит: он уже расшифровывал запись 568 в десятичной и шестидесятеричной системах счисления. Трудился он, надо сказать, с удовольствием и долго любовался потом своими каракулями:

«1) 568 в дес. сист. сч: $5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0 = 568$

2) 568 в шест. сист. сч: $5 \times 60^2 + 6 \times 60^1 + 8 \times 60^0 = 5 \times 3600 + 6 \times 60 + 8 = 18\,368$».

Потом он вспомнил о двоичной системе и расшифровал запись 11001:

$11001 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1 \times 16 +$

Будь его воля, он расшифровывал бы до утра, но Ари напомнила ему про магический квадрат и вычертила первую читову расстановку.

— Помнится, поначалу ты расставил числа именно так, но увидел, что ошибся, и сразу перешёл к новому варианту. А жаль! Не мешало бы посмотреть, нет ли здесь хоть одного столбца,

строки или диагонали, где сумма чисел правильная: 15.

— Тогда я ещё не знал, какая сумма правильная, — огрызнулся он.

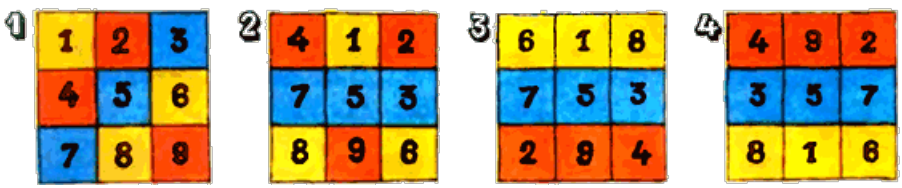
— Но теперь-то знаешь! Вот и взгляни ещё разок.

Оказалось, сумма 15 есть и в обеих диагоналях: 7 + 5 + 3 и 1 + 5 + 9, и в среднем столбце: 2 + 5 + 8, и в средней строке: 4 + 5 + 6, и Ари сказала, что разъединять эти числа ни в коем случае не следует.

— Но ведь два столбца и две строки всё равно остались неулаженными. Как же быть? — недоумевал Чит.

— Давай передвинем числа по ходу часовой стрелки. Хотя бы на одну клетку. Что получим?

— Ничего хорошего, — вздохнул он, взглянув на новый чертёж.



— Но и ничего плохого, — возразила Ари. — Сумма 15 осталась нетронутой и по диагоналям, и в среднем столбце, и в средней строке. Значит, числа в них по-прежнему разъединять негоже. Но что мешает нам поменять некоторые из них местами? Вот хоть крайние числа каждой диагонали. Двойку с восьмёркой и шестёрку с четвёркой.

— Смотри-ка! — обрадовался Чит. — Теперь и вправду всё уладилось. Слушай, а если поменять местами крайние числа среднего столбца и средней строки? Семёрку с тройкой и единицу с девяткой?

Он вычертил новый квадрат, и всё опять сошлось! Тогда ему загорелось повозиться с магическим квадратом из шестнадцати клеток. Но Ари сказала, что этим пусть займётся дома, а здесь за ним ещё один должок числится, хотя и пустяковый: возвести в пятую степень число 4 и извлечь корень третьей степени из ста двадцати пяти.

Ну, с возведением он справился довольно быстро и тогда только оценил доброту Ари: не отложи она решение до «Щ», лезть бы ему на тысяча двадцать четвёртую перекладину: $4^5 = 1024$. Хуже обстояло дело с извлечением корня. Чит никак не мог догадаться, какое число надо возвести в третью степень, чтобы получить 125, но Ари подсказала ему верную примету: когда подкоренное число оканчивается пятёркой, то пятёркой же

оканчивается и его корень. Если только корень — число рациональное. Оставалось перебрать числа с окончанием на 5. Впрочем, долго перебирать не пришлось, потому что подошла первая же пятёрка: $\sqrt[3]{125}=5$.

Больше на «Щ» делать было нечего, но напоследок Чит сыскал-таки себе ещё одно дельце и написал на доске: «Ща — остановка щастливая!»

— Безусловно, — ухмыльнулась Ари, прочитав надпись, — но не для тех, кто пишет «счастье» через «щ»…

Эратосфен и простые числа

Название остановки сулило ещё одну экскурсию в Древнюю Грецию: как-никак Эратосфе́н — древнегреческий учёный! Чит вычитал это в папиной энциклопедии, которую иногда перелистывал. Перелистывал он, надо сказать, замечательно: аккуратно, а главное — быстро. Правда, много таким способом не начитаешь, и об Эратосфене Чит знал только то, что жил он в III веке до нашей эры.

Но недостаток знаний не так уж плох, как думают некоторые. Когда знаешь мало, всегда услышишь что-нибудь новенькое. Хотя бы то, что Эратосфен Кире́нский был необычайно разносторонним человеком. Он известен не только как одарённый математик, но и механик, географ, историк, мыслитель, филолог, даже поэт. В каждой из этих областей Эратосфен сказал своё веское слово. И пусть нельзя назвать его самым гениальным учёным того времени, зато самым знающим — наверняка.

Научное наследство Эратосфена велико и разнообразно. Но перелистывать его на манер Чита Ари наотрез отказалась. В самом деле, стоит ли пытаться объять необъятное? Не лучше ли поговорить о чём-нибудь одном, притом связанном с числами? Допустим, об Эратосфене и о простых числах!

— А что их связывает? — сейчас же прилип Чит.

— То, что Эратосфен нашёл способ отделять простые числа от сложных, составных.

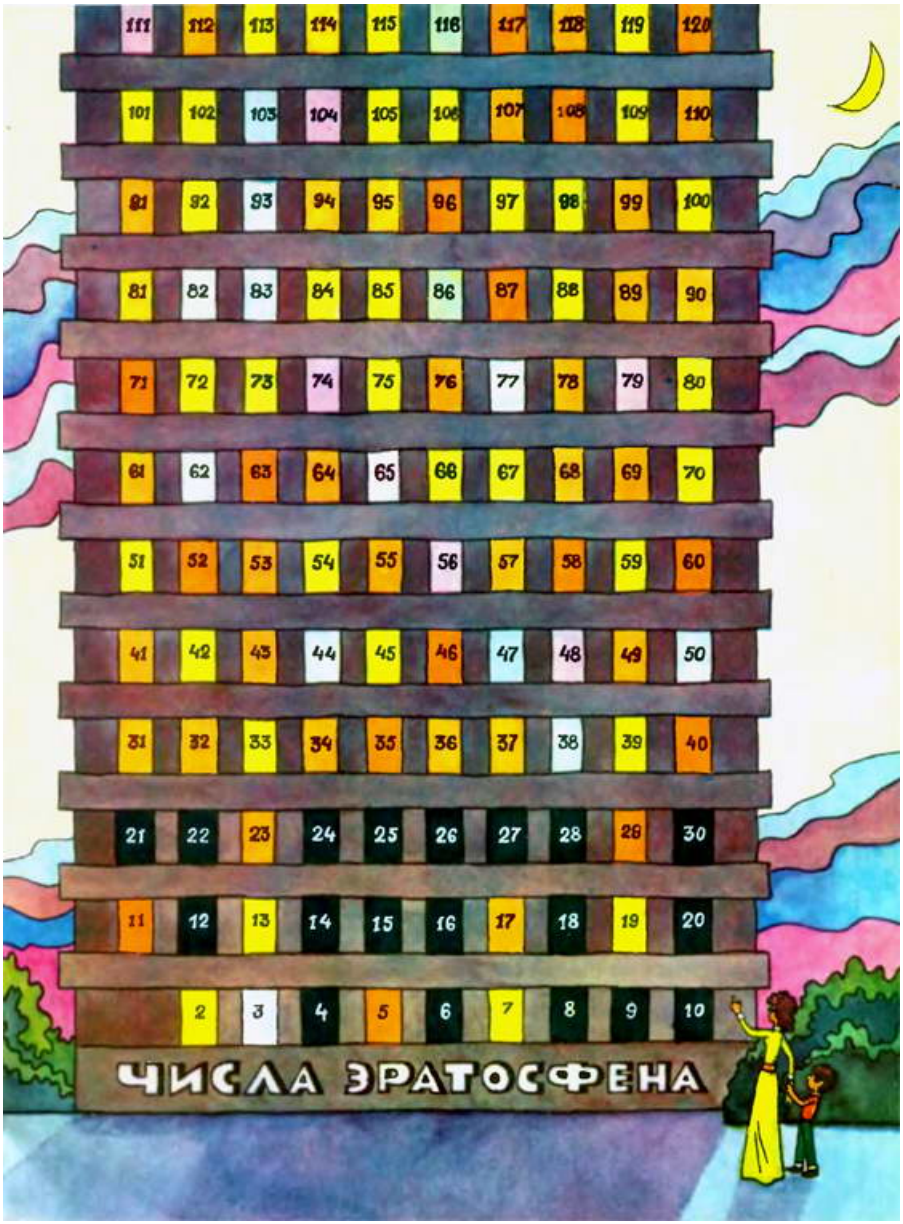
После этого Читу пришлось срочно выяснять, какая разница между числами простыми и составными. Оказывается, простые делятся без остатка только на себя самих да на единицу, в то время как составные — ещё и на другие натуральные числа. 17 — простое число: оно ни на что, кроме себя и единицы, не делится. А 18, кроме того, делится и на 2, и на 3, и на 6, и на 9. Значит,

это число составное. Но каким всё-таки образом Эратосфен их отделял?

— Просеивал, — сказала Ари. — Сквозь решето.

Ну и дела! Числа просеивают?! Как муку? Но Ари пояснила, что «решето Эратосфена» — выражение образное, иносказательное. Хотя поначалу способ этот походил на решето и в прямом смысле. Написав на покрытой воском дощечке ряд натуральных чисел, Эратосфен протыкал острой палочкой составные, и вскоре дощечка покрывалась проколами, хотя и не сквозными.

Тут Ари нажала какую-то кнопку, и Чит, который всё время ждал, когда появится Древняя Греция, увидел вполне современный дом, но такой высокий, что верхушка его терялась где-то в небе. В каждом этаже у него насчитывалось по десяти окон. Все они были перенумерованы, начиная с нижнего этажа, и ярко освещены. Только на первом этаже вместо крайнего левого окна было гладкое место, и первое окно значилось сразу под номером 2.



— Перед нами натуральные окна… то есть числа, — начала Ари, — и сейчас мы с тобой просеем их по способу Эратосфена.

— А единица где? — придрался Чит.

— По условию единица к простым числам не относится. Итак, приступим. Для удобства займёмся только тремя нижними этажами. Остальные пусть просеивает кто хочет. Сперва зачеркнём, вернее, погасим каждое второе окно после номера 2, то есть все чётные числа до тридцати, которые, само собой, уже потому не простые, что делятся на 2. — Ари отстукала пальцем по

каким-то клавишам. — Что погасло?

Чит назвал окна под номерами 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, и Ари предложила ему погасить каждое третье число после тройки.

— Ой! — растерялся он. — Шестёрка уже погашена.

— Не беда. Будем считать, что мы её погасили ещё раз. Итак, гасим номера 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30. Теперь посмотрим, какое окно осталось освещённым после номера 3?

— Номер 5.

— Вот и погасим каждое пятое окно после номера 5. Это номера 10, 15, 20, 25, 30. Поехали дальше. Возьмём следующее после пятёрки непогашенное число 7…

— …и погасим каждое седьмое окно после семёрки, — подхватил Чит. — Это 14, 21, 28. Потом каждое одиннадцатое после 11, каждое тринадцатое после 13, каждое семнадцатое после 17, девятнадцатое после 19, двадцать третье после 23…

— Уймись! — смеясь, остановила его Ари. — Наши 30 номеров давно уже просеяны. Оставим что-нибудь и для других. Лучше посмотри, какие окна остались непогашенными.

— Под номерами 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

— Вот тебе и первые простые числа.

— А последние какие?

— Никакие. Простым числам, как и натуральным, конца нет.

— Странно! — задумался Чит. — Помнится, про совершенные числа ты другое говорила.

— Правильно. Бесконечно или конечно множество совершенных чисел, этого пока никто не знает. Зато бесконечность множества простых давным-давно доказал Эвклид.

— А много их известно? На сегодняшний день?

— Много. Куда больше, чем совершенных. И чем дальше, тем дольше работают машины, чтобы вычислить новое простое число: ведь значность их всё время растёт! В последнем из найденных простых чисел более шести тысяч знаков.

— Ха! Ничего себе простое! Да его надо на телеграфной ленте записывать.

— И всё же оно не перестаёт от этого быть простым. Что в самом деле не просто, так это найти закон, по которому простые числа распределяются среди натуральных.

— Да разве он не открыт?

— Увы! — развела руками Ари. — Разве что ты его когда-нибудь откопаешь…

Чит уже столько всего насмотрелся, что и представить себе не мог, какие ещё сюрпризы ждут его в лабиринте чисел? Но Ари сказала, что есть ещё порох в пороховницах, и привела его в комнату смеха. Чит никогда бы и не подумал, что здесь такая имеется: очень уж математика серьёзная наука!

— В том-то и дело! — возразила Ари. — Настолько серьёзная, что никогда не следует упускать случая сделать её и немного занимательной. Кстати, слова эти принадлежат твоему доброму знакомому Паскалю, и уж его-то в отсутствии серьёзности не упрекнёшь! Но и он, как видишь, полагал, что юмор в математике не только не помеха, но и подмога. Это легко понять. Совсем, наверное, недавно ты, как и все малыши, любил стихи-перевёртыши…

— Ещё бы! — оживился Чит. — «Уточки заквакали: „Ква, ква, ква!“, лягушечки закрякали: „Кря, кря, кря!“…»

— Вот-вот, — закивала Ари. — Забавное несоответствие смешило тебя, а заодно помогало утвердиться в том, что правильно, а что — нет. Так и математические нелепицы: они не только забавляют нас, но и совершенствуют нашу логику. К тому же то, что преподносится весело, легко запоминается…

— Но я пока что не вижу в вашей комнате смеха ничего смешного! — Чит ткнул пальцем в плакат с дробью $^{26}/_{65}$. — Что, например, забавного в этой дроби?

— Ничего. Зато как её здесь сокращают! Впрочем, о сокращении дробей мы ещё как будто не говорили, — спохватилась Ари. — Сократить дробь — значит разделить числитель и знаменатель на одно и то же число. Для этого надо сперва найти их наибольший общий делитель.

Как ты думаешь, какой наибольший общий делитель у дроби $^{26}/_{65}$?

— Вроде бы 13.

— Вот и сократи эту дробь на 13. Что получится?

— Две пятых.

— А теперь погляди, как это делают здесь.

Ари нажала кнопку под дробью, и в ту же секунду шестёрки в числителе и знаменателе исчезли, а на плакате осталось $^{2}/_{5}$. Что за чепуха! Сокращение явно неправильное, а ответ — верный… Как же так? Но Ари сказала, что никак. Просто случайное совпадение. И тут же предложила Читу умножить в уме число 10 001 на… хотя бы на 4253. У того, конечно, глаза на лоб полезли. Но оказалось, задание вполне выполнимое. Надо только записать число 4253 дважды, одно за другим — и ответ в кармане! Сорок два миллиона пятьсот тридцать четыре тысячи

двести пятьдесят три. Почему? Перемножьте числа, как полагается, столбиком, — тогда и поймёте.

Следующий плакат доказывал, что 3 = 7. «Доказательство» начиналось с выражения «15 – 15 = 35 – 35». Потом в левой части равенства за скобки выносился множитель 3, а в правой — 7. Получалось вот что: 3(5 – 5) = 7(5 – 5). Но все знают, что равенство не нарушится, если обе его части разделить на одно и то же число. Вот их и разделили на выражение (5 – 5), после чего стало совершенно ясно, что 3 = 7.

Чит хохотал как сумасшедший, но сам в ошибке так и не разобрался. Он не учёл, что (5 – 5) равно нулю, а деление на нуль категорически запрещено. И, судя по этому примеру, не зря!

— Никогда не думал, что математики такие весёлые люди, — сказал он, кончив смеяться.

— И острые на язык, — добавила Ари. — Есть такая книга «Физики шутят». Хорошо бы написать такую же о математиках. Я бы начала её со случая с Эвклидом. Ознакомясь с его книгой о геометрии «Начала», царь Птолемéй многого не понял. Он спросил: не может ли Эвклид упростить свои рассуждения и пойти более лёгким путём? На что тот ответил: «В геометрии нет царских дорог».

Читу одинаково понравились и ответ Эвклида, и мысль написать о том, как математики шутят. Он даже снова захотел стать писателем. Но тут выяснилось, что такая книга уже появилась, просто Ари её ещё не достала. Чит ужасно расстроился, но добрая Ари быстро его утешила: к тому времени, как Чит вырастет, сказала она, математики наговорят столько остроумного, что и на несколько книг хватит!

Ясность

— Вот и подошло к концу твоё первое путешествие по лабиринту чисел, — сказала Ари. — Последняя остановка — Ясность.

— Как? — удивился Чит. — Разве есть такое математическое понятие?

— Нет, конечно. Но если уж без юмора математика не обходится, то без ясности и подавно. Ясность — непременное условие всякого математического определения, всякого доказательства. Стремление к ясности у математиков в крови. Это, можно сказать, самая жгучая их потребность. Более двадцати

столетий математики всего мира пытались внести ясность в пятый по счёту постулат (основоположение) эвклидовой геометрии, непротиворечивость которого ни доказать, ни оспорить невозможно. И лишь в XIX веке усилия их увенчались успехом. Около трёхсот лет то и дело вспыхивает острый интерес к так называемой великой теореме Ферма́. Но здесь до ясности, кажется, далеко. Дожидается прояснения ряд математических вопросов, поставленных крупнейшим математиком XIX–XX веков Давидом Гильбертом. Они так и называются — проблемы Гильберта, и одну из них как раз решили с помощью чисел Фибоначчи. Всё ещё не ясно, по какому закону искать простые числа. Всё ещё не ясно, конечно или бесконечно множество совершенных? И есть ли нечётные совершенные числа…

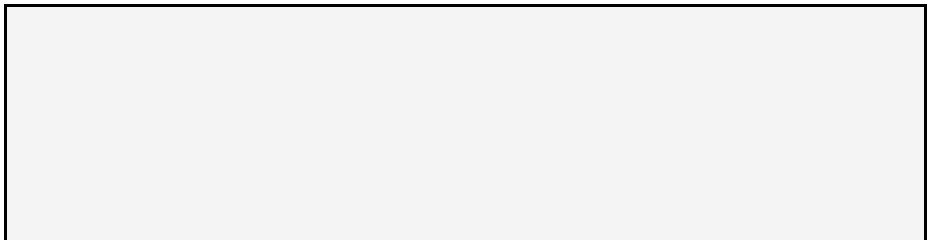
— Я вижу, неясностей в математике куда больше, чем ясности, — ввернул Чит.

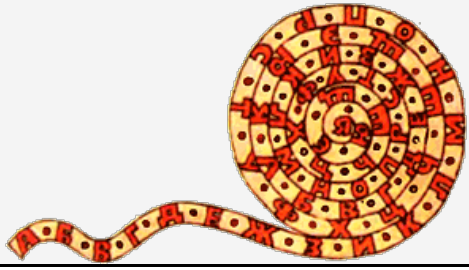
— Не так уж это плохо, — возразила Ари. — Маяковский недаром сказал: «Кто постоянно ясен, тот, по-моему, просто глуп». Человеческий мозг — странная штука. Никогда он не довольствуется достигнутым. Подавай ему новую и новую пищу для размышлений. И неизвестно ещё, что доставляет нам бóльшую радость: поиски ясности или достижение её?

— Н-да! Ясности в этом вопросе маловато, — снова сострил Чит. — Но к чему ты всё-таки клонишь?

— Неужели не догадываешься? Хочу внести ясность в наши с тобой отношения. Вот выйдешь ты отсюда, а потом, глядишь, и из школы. Пойдёшь учиться дальше. Кто знает, может, и вправду станешь писателем… Но если даже так, если математика не станет делом твоей жизни, не забывай о ней! Нет-нет да заглядывай в лабиринт чисел. Здесь всегда ждут тебя другие, более сложные маршруты. Правда, из чисел рубашки не сошьёшь — есть, кажется, такая пословица. Но не рубашкой, да и не хлебом единым жив человек! В мире чисел всегда найдёшь заново точильный камень для ума и крылья для воображения. А без воображения… Без воображения нет ни математика, ни писателя, ни человека вообще. Ясно?

— Ясно!





ЛАБИРИНТ ЧИСЕЛ

А АРИФМЕТИКА

Б

В ВСЕВОЗМОЖНЫЕ НУМЕРАЦИИ

Г ГАРМОНИЯ

Д

∞ БЕСКОНЕЧНОСТЬ

Е ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

Ё ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Ж ЖРЕБИЙ

З ЗНАКИ

И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ИГРЫ ЧИСЛОВЫЕ

Й

К КОРНИ И СТЕПЕНИ

Л ЛОГИКА

М МНОЖЕСТВА

Н НУЛЬ

О ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ И ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

П ПРОЦЕНТЫ

Р РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

С СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Т ТРЕУГОЛЬНИК ЧИСЛОВОЙ

У УРАВНЕНИЕ

Ф ФИБОНАЧЧИ И ЕГО ЧИСЛА

Х ХИТРЫЕ РАССУЖДЕНИЯ ЗЕНОНА

Ц ЦИФРОВЫЕ (СЧЕТНЫЕ) УСТРОЙСТВА

Ч ЧИСЛА ИМЕНОВАННЫЕ

Ш ШИФР

Щ (РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ)

Э ЭРАТОСФЕН И ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Ю ЮМОР

Я ЯСНОСТЬ